

Megoldások

1. feladat: A testvérek, Anna, Klára és Sanyi édesanyjuknak ajándéokra gyűjtenek. Anna ötször, Klára hatszor annyi pénzt gyűjtött, mint Sanyi. Anna az összegyűjtött pénzének $\frac{3}{10}$ részéért, Klára a pénzének negyedéért vett ajándékot. Sanyi az összes összegyűjtött pénzén ajándékot vett. Hárman együtt 9000 Ft-ot költöttek ajándéokra.

- Ki költötte a legkevesebb pénzt ajándékra?
- Hány forintot gyűjtött Sanyi?
- Hány forintot gyűjtött Klára?
- Hány forinttal költött többet ajándékra Klára, mint Anna?

9p

Megoldás: Sanyinak legyen x Ft-ja

Anna	Klára	Sanyi
$5x$ Ft	$6x$ Ft	x Ft
$\frac{3}{10} \cdot 5x$ Ft	$\frac{1}{4} \cdot 6x$ Ft	x Ft

2p

$$\frac{15}{10} \cdot x + \frac{6}{4} \cdot x + x = 9000$$

1p

$$\frac{3}{2} \cdot x + \frac{3}{2} \cdot x + x = 9000$$

1p

$$4 \cdot x = 9000$$

$$x = 2250 \text{ (Ft)}$$

1p

- Sanyi költötte a legkevesebb pénzt
- Sanyi 2250 Ft-ot gyűjtött.
- Klára $6 \cdot 2250 = 13500$ Ft-ot gyűjtött.
- 0 Ft-tal, mert mind a ketten 3375 Ft-ot költött.

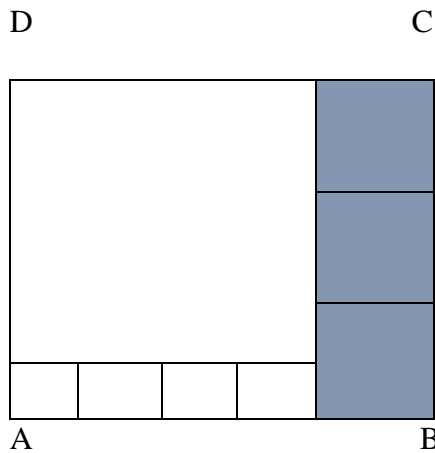
1p

1p

1p

1p

2. feladat: Az ABCD téglalapot 8 négyzetre bontottuk. A szürke színű négyzetek kerülete egyenként 160 cm (lásd ábra).



a) Hány centiméter a téglalap AD oldalának hossza?

b) A téglalap BC oldalának hossza hányszorosa a legkisebb négyzet oldalhosszának?

c) Hány centiméter a téglalap kerülete?

9p

Megoldás: A szürke négyzet oldala 40 cm.

Legyen a legkisebb négyzet oldala x hosszúságú.

1p

A BC oldal hossza $3 \cdot 40 = 120$ cm. Az AD oldal hossza szintén 120 cm, mert a téglalap szemközti oldalai egyenlő hosszúságúak.

1p

A nagy négyzet oldala ekkor $120\text{cm} - x$. Másik számítás szerint ennek a nagy négyzetnek a hossza $4x$

1p

$$4 \cdot x = 120 - x$$

1p

$$5 \cdot x = 120$$

$$x = 24 \text{ (cm)}$$

1p

A legnagyobb négyzet oldala $4 \cdot 24\text{cm} = 96\text{cm}$

A téglalap AB oldala $96 \text{ cm} + 40 \text{ cm} = 136 \text{ cm}$.

1p

a) Az AD oldal hossza 120 cm.

1p

b) A BC oldal hossza ötszöröse a legkisebb négyzet hosszának. $120 : 24 = 5$

1p

c) A téglalap kerülete $2 \cdot (120\text{cm} + 136\text{cm}) = 512\text{cm}$

1p

3. feladat: Egy dobozban háromféle színű: piros, sárga és fekete golyók vannak. Közülük 27 nem fekete, 39 pedig nem piros. A piros golyók száma fele a fekete golyók számának. Hány piros, sárga és fekete golyó van a dobozban? **9p**

Megoldás:

A piros golyók száma p , a sárga s , a fekete f .

$$p+s=27 \quad 1p$$

$$f+s=39 \quad 1p$$

$$\text{Ebből a két egyenletből következik: } f-p=12 \quad 2p$$

$$\text{Tudjuk, hogy } f=2p \quad 1p$$

$$\text{Tehát } 2p-p=12 \rightarrow p=12 \rightarrow f=24 \quad 2p$$

$$\text{Ebből következik } s=39-24=15 \quad 1p$$

$$\text{Sárgából 15, pirosból 12, fehérből 24 golyó van a dobozban} \quad 1p$$

4. feladat: Az \overline{ab} -vel jelölt kétjegyű számra igaz a következő egyenlőség:

$$\left(\frac{\overline{ab} + \overline{ba}}{a+b}\right)^2 \cdot \overline{ab} = 1452 \quad \text{Határozzuk meg a } \overline{ab} \text{ kétjegyű számot.} \quad 11p$$

Megoldás:

$$\text{Az } \overline{ab} = 10 \cdot a + b \text{ összefüggést beírjuk a megadott képletbe:} \quad 1p$$

$$\left(\frac{\overline{ab} + \overline{ba}}{a+b}\right)^2 \cdot \overline{ab} = \left(\frac{10 \cdot a + b + 10 \cdot b + a}{a+b}\right)^2 \cdot \overline{ab} = \quad 2p$$

$$= \left(\frac{11 \cdot a + 11 \cdot b}{a+b}\right)^2 \cdot \overline{ab} = \left(\frac{11 \cdot (a+b)}{a+b}\right)^2 \cdot \overline{ab} \quad 2p$$

$$11^2 \cdot \overline{ab} = 1452 \quad 2p$$

$$121 \cdot \overline{ab} = 1452 \quad 1p$$

$$\overline{ab} = \frac{1452}{121} \quad 1\text{p}$$

$$\overline{ab} = 12 \quad 1\text{p}$$

Tehát a keresett szám a 12. 1p

5. feladat: Egy matematika szakkörön 1 cm élű kis kockákból téglatestet kellett építeni a tanulóknak. Mindenki 84 db kis kockát kapott, és mindenki különböző téglatestet tudott összerakni az összes kis kocka felhasználásával. Hányan voltak jelen a szakkörön? Peti olyan téglatestet épített, amelynek a felszíne éppen 100 cm^2 -rel kevesebb, mint a 84 db (különálló) kis kocka felszínösszegének a fele. Mekkora a Peti által összerakott téglatest élei? 12p

Megoldás:

Minden téglatest 1 cm élű kis kockákból áll, tehát az élek mérőszáma pozitív egész szám, ami legalább 1 és legfeljebb 84 lehet. 1p

A kirakott téglatest térfogata 84 cm^3 . Ezért a lehetséges élek meghatározásához a 84-et háromtényezős szorzattá kell alakítani. A szorzat tényezőinek előállításához pedig a 84-et prímtényezők szorzatára kell bontani. 1p

$84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$ Ezekből 3 tényezős szorzatot kell előállítani, de az 1-et is, mint tényezőt figyelembe kell venni. 1p

A lehetőségek: $84 = 1 \cdot 1 \cdot 84 = 1 \cdot 2 \cdot 42 = 1 \cdot 3 \cdot 28 = 1 \cdot 4 \cdot 21 =$
 $= 1 \cdot 6 \cdot 14 = 1 \cdot 7 \cdot 12 = 2 \cdot 2 \cdot 21 = 2 \cdot 3 \cdot 14 = 2 \cdot 6 \cdot 7 = 3 \cdot 4 \cdot 7$ 2p

Ez azt jelenti, hogy 10 féle téglatest építhető. A matematika szakkörön tehát 10-en voltak jelen. 1p

A 84 kis kocka, ha külön-külön állnak, felszíne $6 \cdot 84 \text{ cm}^2 = 504 \text{ cm}^2$ 1p

Peti által épített téglatest felszíne $504 \div 2 = 252$ $252 \text{ cm}^2 - 100 \text{ cm}^2 = 152 \text{ cm}^2$ 1p

$$A = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c) = 152$$

$$a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c = 76 \quad 1\text{p}$$

Ha 2 él szorzata nagyobb, mint 76 cm^2 , akkor az a feltételeknek nem tesz eleget.

Ilyen eset az $1 \cdot 1 \cdot 84$, $1 \cdot 2 \cdot 42$, $1 \cdot 3 \cdot 28$, $1 \cdot 4 \cdot 21$, $1 \cdot 6 \cdot 14$, $1 \cdot 7 \cdot 12$ **1p**

A 7. esetben $2 \cdot 21 + 2 \cdot 21 > 76$ szintén nem megfelelő. **1p**

Tehát csak a maradék 3 esetet kell megvizsgálni. Ezek közül az a téglatest megfelelő, amelynek élei: 2 cm, 3 cm, 14 cm.

A Peti által összerakott téglatest élei 2 cm, 3 cm, 14 cm. **1p**

Amennyiben a versenyző mind a 10 esetben kiszámolja a felszín (vagy a felszín felét) és ennek alapján dönti el, hogy melyik a megfelelő téglatest, akkor is teljes pontszámot kap. Ha nem számolja ki az összes esetet, de néhány felszín kiszámolása után ráhibázik a megfelelőre, akkor 3 ponttal kevesebbet kap.

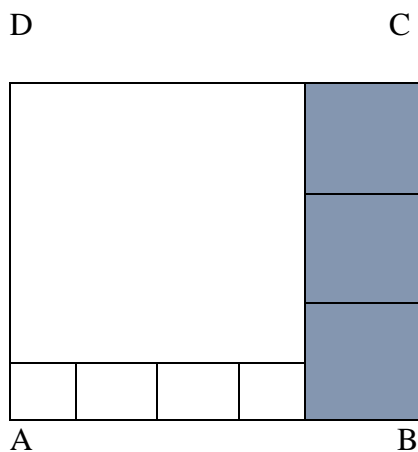
Feladatok

1. feladat: A testvérek, Anna, Klára és Sanyi édesanyjuknak ajándéokra gyűjtenek. Anna ötször, Klára hatszor annyi pénzt gyűjtött, mint Sanyi. Anna az összegyűjtött pénzének $\frac{3}{10}$ részéért, Klára a pénzének negyedéért vett ajándékot. Sanyi az összes összegyűjtött pénzén ajándékot vett. Hárman együtt 9000 Ft-ot költöttek ajándéokra.

- Ki költötte a legkevesebb pénzt ajándéokra?
- Hány forintot gyűjtött Sanyi?
- Hány forintot gyűjtött Klára?
- Hány forinttal költött többet ajándékra Klára, mint Anna?

9p

2. feladat: Az ABCD téglalapot 8 négyzetre bontottuk. A kék színű négyzetek kerülete egyenként 160 cm (lásd ábra).



- Hány centiméter a téglalap AD oldalának hossza?
- A téglalap BC oldalának hossza hányszorosa a legkisebb négyzet oldalhosszának?
- Hány centiméter a téglalap kerülete?

9p

3. feladat: Egy dobozban háromféle színű: piros, sárga és fekete golyók vannak. Közülük 27 nem fekete, 39 pedig nem piros. A piros golyók száma fele a fekete golyók számának. Hány piros, sárga és fekete golyó van a dobozban?

9p

4. feladat: Az \overline{ab} -vel jelölt kétjegyű számra igaz a következő egyenlőség:

$$\left(\frac{\overline{ab} + \overline{ba}}{a + b}\right)^2 \cdot \overline{ab} = 1452 \quad \text{Határozzuk meg a } \overline{ab} \text{ kétjegyű számot.} \quad \mathbf{11p}$$

5. feladat: Egy matematika szakkörön 1 cm élű kis kockákból téglatestet kellett építeni a tanulóknak. Mindenki 84 db kis kockát kapott, és mindenki különböző téglatestet tudott összerakni az összes kis kocka felhasználásával. Hányan voltak jelen a szakkörön? Peti olyan téglatestet épített, amelynek a felszíne éppen 100 cm^2 -rel kevesebb, mint a 84 db (különálló) kis kocka felszínösszegének a fele. Mekkora a Peti által összerakott téglatest élei?

12p