

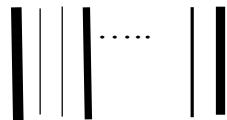
X. Apáczai Matematika Kupa TEHETSÉGGKUTATÁS HATÁROK NÉLKÜL

2014. november 28.

8. osztály

Pontozási útmutató

1. Egy termék vonalkódja 17 párhuzamos fekete vonalból áll, melyek között fehér vonalak vannak. Az első és az utolsó vonal fekete. A fekete vonalak kétfélék lehetnek: keskenyek és szélesek. A fehér vonalak száma 3-mal több, mint a széles fekete vonalak száma. Hány keskeny fekete vonalat tartalmaz a termék vonalkódja? (Az ábra csak egy minta vonalkódot szemléltet)



6p

Megoldás:

A vonalkód 17 párhuzamos fekete vonalból áll, az ezeket elválasztó fehér vonalak száma 16.

2p

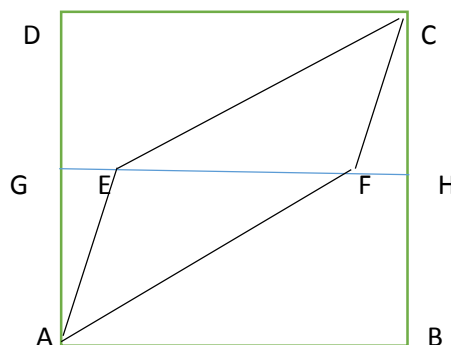
Ezek szerint $16 - 3 = 13$ széles fekete vonal van.

2p

A keskeny fekete vonalak száma $17 - 13 = 4$.

2p

2. Az ábrán látható ABCD négyzet oldala 6 cm hosszú. A négyzet egyik középvonalán (GH egyenesen) úgy vettük fel az E és F pontokat, hogy az AFCE paralelogramma területe harmada az ABCD négyzet területének. Hány cm az E és F pontok távolsága?



8p

Megoldás:

A négyzet középvonala a paralelogramma területét felezi, ezért az EFC háromszög területe a

paralelogramma területének a fele. 1p

Az EFC területe az ABCD négyzet területének a hatoda, azaz $\frac{36cm^2}{6} = 6cm^2$ 2p

Az EFC háromszög EF oldalát jelöljük x-szel. Magassága 3 cm. 1p

$$t = \frac{x \cdot 3cm}{2} \quad \text{1p}$$

$$6cm^2 = \frac{x \cdot 3cm}{2} \quad \text{1p}$$

$$x = 4cm \quad \text{1p}$$

A keresett távolság 4 cm 1p

3. Péter és Pál ugyanazon a napon ünnepli születésnapját, de Péter 5 évvel idősebb, mint Pál. Hány születésnapjukon fordulhat elő életük során, hogy Péter életkora Pál életkorának egész számú többszöröse?

8p

Megoldás:

Pál életkora x, Péter életkora x+5. 1p

A feltételek szerint x osztója x+5-nek. 1p

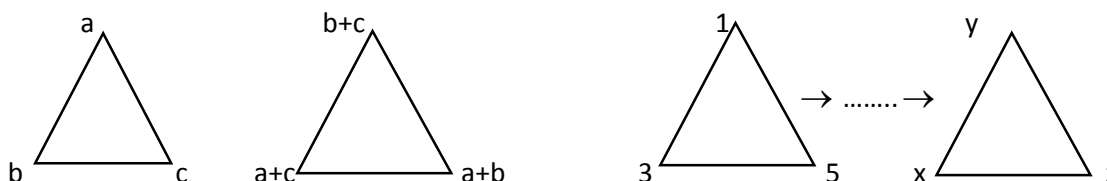
Keressük azokat az x pozitív számokat, amelyekre az $\frac{x+5}{x}$ tört értéke egész szám. 2p

$$\text{Az } \frac{x+5}{x} = 1 + \frac{5}{x}, \quad \text{1p}$$

ezért x értéke csak az 1 vagy az 5 lehet. 2p

Tehát életük során két alkalommal fordulhat elő, hogy Péter életkora Pál életkorának egész számú többszöröse. 1p

4. A bal oldali 2 ábrán látható szabályt követve, mennyi lesz a jobb oldali ábrák első háromszögéből kiindulva a 2014. háromszögnél az x-y értéke?

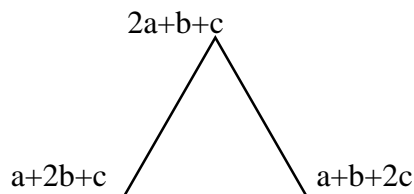


9p

Megoldás:

Az első háromszögnél $b-a$ a keresett érték 1p

A második háromszögnél a keresett érték $a-b$, a következő háromszög:



3p

A kívánt különbség $(a+2b+c)-(2a+b+c)=b-a$ 1p

Páratlan sorszámú háromszögnél $b-a$ az érték, páros sorszámú háromszögnél $a-b$ 2p

2014 páros szám 1p

A keresett érték: $1-3=-2$ 1p

5. Egy könyvszekrény négy polcán úgy helyezték el a könyveket, hogy a középső két polcra összesen kétszer annyi könyvet tettek, mint a legalsó és a legfelső polcra összesen. Alulról számolva az első, a második és a harmadik polcra összesen 158 könyv került, a második, a harmadik és a negyedik polcra pedig összesen 112. Hány könyv van a legalsó polcon?

9p

Megoldás:

Jelölje x az 1. és a 4. polcon lévő könyvek számának összegét. Ezért a 2. és a 3. polcon összesen $2x$ 1p

A négy polcon pedig $3x$ könyv van. 1p

Ha összeadnánk az alsó három és a felső három polcon lévő könyvek számát,

akkor a 2. és a 3. polcon lévő könyveket kétszer számolnánk. 1p

Ezek alapján a $158+112-2x=3x$ egyenlet írható fel. 2p

$$5x=270 \quad \text{1p}$$

$$x=54. \quad \text{1p}$$

A legalsó polcon tehát $158-2x=158-2 \cdot 54=50$ könyv van. 2p

6. Peti türelmetlenül várakozott egy autóbuszmegállóban, majd gyalog elindult a busz menetirányában a következő megállóhoz. Amikor megtette a két megálló közötti út harmadát,

hátrafordulva meglátta az előző megállóhoz közeledő autóbust. Ezután az említett megállók bármelyikéhez is fut Peti azonos sebességgel, éppen egyszerre érkeznek oda Peti és az autóbusz. (Ha Peti a távolabbi megállóhoz fut, akkor a busz az előző megállónál lassítás nélkül áthalad.)

A busz sebessége $450 \frac{m}{perc}$. Mekkora Peti sebessége?

10p

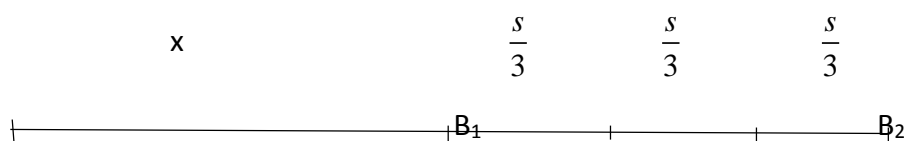
Megoldás:

B_1 és B_2 jelöli a két buszmegállót. x távolságot tesz meg a busz az első megállóig.

A busz és Peti mozgásának időtartama megegyezik. Peti sebességét jelöljük v -vel.

1p

Ezek alapján felírható a két egyenlet:



1p

$$\frac{x}{450 \frac{m}{perc}} = \frac{\frac{s}{3}}{v}$$

1p

$$\frac{x+s}{450 \frac{m}{perc}} = \frac{\frac{2s}{3}}{v} \Rightarrow \frac{x+s}{900 \frac{m}{perc}} = \frac{\frac{s}{3}}{v}$$

2p

$$\text{Tehát } \frac{x}{450 \frac{m}{perc}} = \frac{x+s}{900 \frac{m}{perc}}$$

1p

$$2x = x + s \Rightarrow x = s$$

1p

$$\frac{x}{450 \frac{m}{perc}} = \frac{\frac{x}{3}}{v}$$

1p

$$\frac{x}{450 \frac{m}{perc}} = \frac{x}{3v} \Rightarrow v = 150 \frac{m}{perc}$$

1p

Peti sebessége $150 \frac{m}{perc}$.

1p