Apáczai Matematika Kupa, 8. osztály
2013/2014

1. Julcsinak kétszer annyi ötöse van matematikából, mint Bélának. Karcsinak eggyel kevesebb ötöse van, mint Bélának, de néggyel több, mint Ildinek. Julcsinak összesen annyi ötöse van, mint a másik három gyereknek összesen. Hány ötöse van a négy gyereknek külön-külön? **6p**

Megoldás:

Julcsinak 2x ötöse, Bélának x, Karcsinak x-1, Ildinek x-5 ötöse van. **3p**

A feladat szövege alapján felírhatjuk a következő egyenletet

$$3 \cdot x - 6 = 2 \cdot x$$ **1p**

x=6 **1p**

Tehát Julcsinak 12, Bélának 6, Karcsinak 5, Ildinek 1 ötöse van. **1p**

2. A most épülő hatemeletes irodaházban, az irodákban dolgozók belső telefonrendszeren keresztül hívhatják majd egymást. Mindenkinek saját telefonszáma van. A telefonszámok négyjegyűek, 0 számjegyet nem tartalmazhatnak. Az első számjegy azt mutatja meg, hogy hányadik emeleten van az iroda, a következő kettő az iroda kétjegyű sorszáma, mely emeletenként elölről számozódik, a negyedik személyes kódszám. Semelyik emeleten sincs 30-nál több iroda, a személyes kódszám maximum 6.

a.) Legfeljebb hányan dolgozhatnak majd az irodaházban, ha a földszinten nincsenek irodák?

b.) Melyik a legnagyobb négyjegyű telefonszám? **8p**

Megoldás:

a.) A telefonszámok első számjegy 6-féle lehet, **1p**

ettől függetlenül a második két számjegy 30-féle, **1p**

az utolsó számjegy ismét 6-féle lehet. **1p**

Ezért a különböző telefonszámok száma: $6 \cdot 30 \cdot 6 = 1080$ **2p**

b.) Akkor lesz a legnagyobb a telefonszám, ha az első és utolsó számjegye 6, **1p**

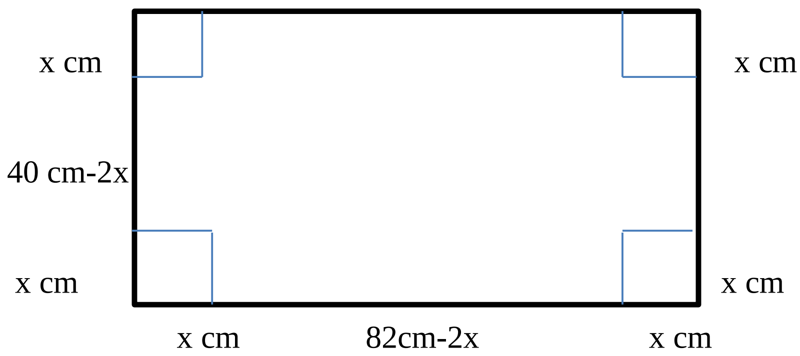
valamint a középső két számjegy a 30 kétjegyű szám közül a legnagyobb, mely 0-t nem tartalmaz, a 43. **1p**

A legnagyobb telefonszám: 6436. **1p**

3. Egy 82 cm hosszú és 40 cm széles téglalap alakú kartonpapír négy sarkából levágtunk egy-egy egybevágó négyzetet, és a megmaradt papírból egy felül nyitott téglatest alakú dobozt készítettünk. A felhasznált kartonpapír 3136 cm^2 volt? Milyen magas a doboz? Mekkora lett a doboz térfogata? **8p**

Megoldás:

A kartonpapír területe $82\,cm \cdot 40\,cm = 3280\,cm^2$ **1p**



2p

A felhasznált területe: $t_1 = 3136\,cm^2$

A 4 db négyzet területe: $4 \cdot t = 3280\,cm^2 - 3136\,cm^2 = 144\,cm^2$ **1p**

$t = 36\,cm^2$ **1p**

x=6 cm **1p**

$V = 28cm \cdot 70cm \cdot 6cm = 11760cm^3$ **2p**

4. Egy íjászversenyen öt versenyző két-két nyíllal lőtt ugyanabba a céltáblába. Egy –egy találat annyi pontot ért, amelyik számú mezőbe talált a nyílvessző. Érdekessége volt a versenynek, hogy mind a tíz lövés talált , de azonos értékű körbe két nyílvessző nem repült. Hányas értékű körbe talált Antal, Bea, Béla, Dezső és Miklós egy-egy lövése, ha

- Antal a két találatával 11 pontot,
- Bea a két találatával 4 pontot,
- Béla a két találatával 7 pontot,
- Dezső a két találatával 16 pontot,
- Miklós a két találatával 17 pontot szerzett?

A céltáblán 1-10-ig vannak számozva a körök, a belső kör a 10-es pontszámú kör, a céltábla legnagyobb köre által meghatározott mező az 1-es pontszámú. **10p**

Megoldás:

A céltáblán 1-10-ig vannak számozva a körök. A feltételek teljesülése mellett az öt gyerek a következő körökbe talált:

-Bea az 1-es és a 3-as kört találta el mert kétszer nem lőhetett a 2-es körbe és találatainak összege 4. **2p**

-Béla az 5-ös és a 2-es kört találta el, mert 3 + 4 = 7 már nem teljesülhetett be Bea találata miatt. **2p**

-Antal a 7-es és a 4-es **2p**

-Miklós 8-es és 9-es **2p**

-Dezső10-es és 6-os körbe lőtt. **2p**

5. Hét darab egymást követő természetes szám közül külön-külön összeadtuk a párosakat és a páratlanokat. A páratlanok összegéből kivontuk a párosak összegét, és így 2000-t kapunk. Melyik volt a középső szám? **9p**

Megoldás:

Lehetőségek: a) 4 páros szám és 3 páratlan szám **1p**

b) 3 páros szám 4 páratlan szám **1p**

A páros számok összege mindig páros, a páratlan számok összege csak akkor lesz páros, ha páros számú páratlan számot adunk össze. **1p**

A különbség csak akkor lehet 2000, ha páros számú páratlan van a hét egymást követő természetes szám között, tehát 4 páratlan és 3 páros. **1p**

Páratlan számmal kezdődik és páratlannal végződik a héttagú számsor. Középen páros szám áll. **1p**

Jelöljük n-nel! A számok a következők:

n-3,	n-2,	n-1,	n,	n+1,	n+2,	n+2	
páratlan	páros	páratlan	páros	páratlan	páros	páratlan	**2p**

(n-3)+(n-1)+(n+1)+(n+3)- {(n-2)+(n)+(n+2)}=2000 **1p**

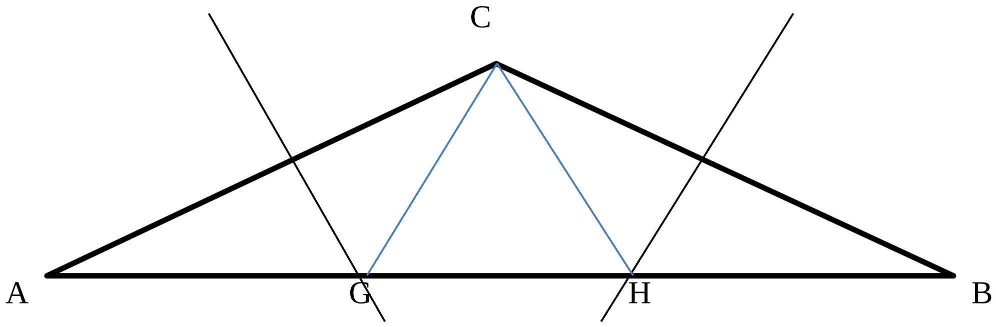
4n -3n=2000

n=2000 **1p**

Tehát a középső szám a 2000.

6. Az ABC háromszögről a következőket tudjuk: A háromszög C csúcsánál lévő szög 120°-os, valamint az $\overline{AC} = \overline{BC}$. Rajzoljuk meg az $\overline{AC}$ felezőmerőlegesét és a $\overline{BC}$ felezőmerőlegesét. Ezek az egyenesek metszik az $\overline{AB}$ -t. Mekkora szakaszokra osztják ezek az egyenesek az $\overline{AB}$-t. **9p**

Megoldás:



Az ABC háromszög egyenlő szárú, ezért az $\alpha=\beta=\dfrac{180°-120°}{2}=30°$ **2p**

A G pont egyenlő távolságra helyezkedik el az A és a C ponttól. AGC háromszög egyenlő szárú. Hasonlóan belátható a CBH háromszögnél is.

Tehát $\overline{AG}=\overline{GC}$ és $\overline{BH}=\overline{CH}$. **2p**

Az AGC háromszög G csúcsnál lévő belső szöge 120°.

Az AGC háromszög G-nél lévő külső szöge akkor 60°. **1p**

Hasonló gondolatmenet alapján a CBH háromszög H-nál lévő külső szög szintén 60°-os. A CGH háromszög két szöge 60°-s . A harmadik szög is 60°-os. **2p**

Tehát a GHC háromszög szabályos . **1p**

$\overline{AG}=\overline{GH}=\overline{HB}$, ezért a G és a H pontok harmadoló pontok. **1p**