

Apáczai Matematika Kupa, 7. osztály
2013/2014

1. A téglagyár havi termelésének felét egy kórház építéséhez, negyed részét bérlakások építéséhez szállítják, hatod részét magánépítkezésekhez adják el és ekkor 20 000 db téglájuk marad. Mennyi a havi termelés?

Hány téglát használtak fel magánépítkezésekhez?

7 p

Megoldás:

$$\frac{1}{2} \text{rész} + \frac{1}{4} \text{rész} + \frac{1}{6} \text{rész} = \frac{6+3+2}{12} \text{rész} = \frac{11}{12} \text{rész}$$

2p

$\frac{1}{12}$ rész a maradék, ennek értéke 20 000 db.

1p

$\frac{12}{12}$ rész 240 000 db téglá.

1p

Tehát 240 000 db téglát gyártanak havonta a gyárban.

1p

Hatod részét magánépítkezésekre használják,

tehát $240\,000 \text{db} : 6 = 40\,000 \text{db}$ téglá jut magánépítkezésekhez.

2p

2. Összeadtunk három pozitív egész számot. Az összegükhöz 645-öt adva pont 2013-ot kaptunk. Tudjuk, hogy a legkisebb közülük 333-mal kisebb a középsőnél, s a középső 333-al kisebb a legnagyobbnál. Melyik ez a három pozitív egész szám?

6 p

Megoldás:

$$a + b + c + 645 = 2013$$

1p

$$a + b + c = 1368$$

Legyen a legkisebb szám $b-333$, a középső b , a legnagyobb szám $b+333$

$$\text{Ekkor } (b-333) + b + (b+333) = 1368$$

1p

$$3b = 1368$$

1p

$$b = 456$$

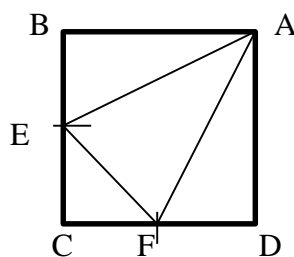
1p

A legkisebb szám $456-333=123$, a középső 456, a legnagyobb $456+333=789$

2p

3. Egy négyzetbe háromszöget rajzolunk az ábra szerint. Az E és az F oldalfelező pontok. A háromszög területe 24 cm^2 . Mekkora a négyzet oldala?

9 p



Megoldás:

Jelöljük a négyzet oldalát a -val. Területe a^2 . 1p

A CFE háromszög területe a négyzet területének $\frac{1}{8}$ -ad része, azaz $\frac{1}{8} \cdot a^2$ 1p

Az ABE háromszög és az FDA háromszög területe külön- külön $\frac{1}{4} a^2$ 1p

Tehát az EFA háromszög területe $a^2 - \frac{1}{8} a^2 - \frac{1}{4} a^2 - \frac{1}{4} a^2 = 24$ 2p

$$\frac{3}{8} a^2 = 24 \quad \text{1p}$$

$$3a^2 = 192 \quad \text{1p}$$

$$a^2 = 64 \quad \text{1p}$$

$$a = 8$$

Tehát a négyzet oldala 8 cm. 1p

4. Egy autókereskedő két használt kocsit adott el, mindegyiket 2,1 millió forintért.

Az egyik kocsi 40%-os haszonnal, a másik 20%-os veszteséggel kelt el.

Össességében a két kocsin hány forint haszna volt a kereskedőnek? 9 p

Megoldás:

$$\frac{140}{100} \cdot x = 2100000 \text{ Ft} \quad \text{2 p}$$

$$x = 1\,500\,000 \text{ Ft} \quad \text{1 p}$$

$$\frac{80}{100} \cdot y = 2\,100\,000 \text{ Ft} \quad \text{2 p}$$

$$y = 2\,625\,000 \text{ Ft} \quad \text{1p}$$

A kereskedőnek összesen 4 200 000 Ft-ot fizettek 1 p

$x+y = 4\,125\,000$ lett volna az eredeti összeg. 1 p

A kereskedő haszna $4\,200\,000 - 4\,125\,000 = 75\,000$ Ft. 1 p

5. Egy természetes számokból álló sorozatnak az ötödik tagja 2. Ennek a sorozatnak

bármely a tagjából a következőt így kapjuk:

-ha a páros, akkor a következő tag a -nak fele, azaz $\frac{a}{2}$

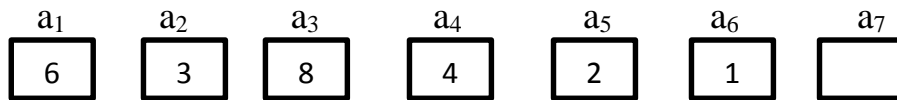
-ha a páratlan, akkor a következő tag $3a - 1$

-ha $a=1$, akkor vége a sorozatnak.

Az első négy tag között páratlan számnak is kell lennie. Ennek alapján tölts ki a téglalapokat!

				2		
--	--	--	--	---	--	--

Megoldás:



vagy 16

A szabály alapján $a_6 = 1$, így vége a sorozatnak, a_7 nem értelmezhető 1p

$a_4 = 2 \cdot 2 = 4$, vagy $3a_4 - 1 = 2 \Rightarrow a_4 = 1$, de ekkor véget érne a sorozat. 1p

Tehát $a_4 = 4$ 1p

$a_3 = 2 \cdot 4 = 8$, vagy $3a_3 - 1 = 4 \Rightarrow 3a_3 = 5$ nem ad megoldást 1p

Tehát $a_3 = 8$ 1p

$a_2 = 16$, vagy $3a_2 - 1 = 8$, 1p

amiből $a_2 = 3$ 1p

Ha $a_2 = 16$, akkor $a_1 = 32$, vagy $3a_1 - 1 = 16 \Rightarrow 3a_1 - 1 = 17$ nem ad megoldást 1p

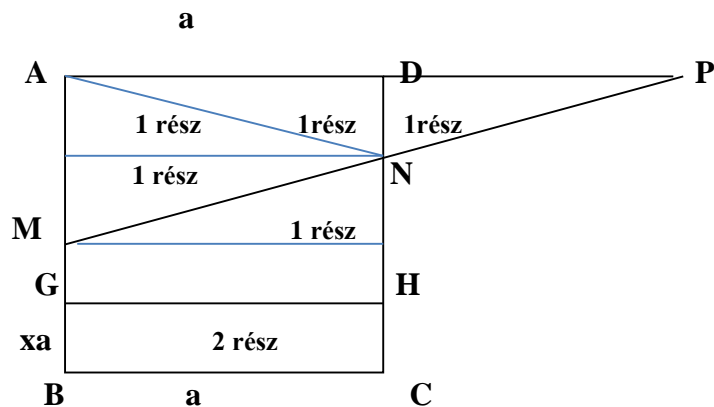
Ha $a_2 = 3$, akkor $a_1 = 6$, vagy $3a_1 - 1 = 3 \Rightarrow 3a_1 = 4$ nem ad megoldást 1p

Mivel az első négy tag között páratlan számnak is kell lenni, ezért $a_2 = 3$ 1p

lehet csak a megoldás $\Rightarrow a_1 = 6$ 1p

6. Adott egy ABCD négyzet és egy P pont úgy, hogy a D az AP szakasz felezőpontja. Rajzoljunk a P ponton át egy egyenest, amely a CD oldalt N, az AB oldalt M pontban metszi. Határozzuk meg az N helyét, ha az MBCN trapéz és az AMND trapéz területének aránya 5:3! 8p

Megoldás:



2p

A négyzet területe $T = a^2$. Az AMND trapéz egybevágó MGHN trapézzal. 1p

Területük megegyezik. Ezért az a terület is 3 rész. $t_1 = \frac{3}{8} \cdot a^2$ 1p

GH szakasz párhuzamos a BC oldallal. A GBCH téglalap, területe 2 rész. $t_2 = \frac{2}{8} \cdot a^2$

1p

A téglalap területét kiszámíthatjuk az oldalainak ismeretében.

$t_2 = a \cdot (x \cdot a) = \frac{2}{8} a^2 \Rightarrow x = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ Tehát G, illetve a H pont negyedelő pont. **2p**

Az M felezőpont. Az N szintén negyedelő pont.

1p