8. évfolyam, 2012. december 7.

1. Feladat: Az ANK 1. számú Általános Iskolájában a tanulók 40%-a fiú. Évközben a fiúk száma 10%-kal növekedett, a lányok száma viszont 5 %-kal csökkent.
Hány százalékkal változott az iskola tanulóinak száma az év végéig? **7p**

Megoldás: Az év végére a fiúk aránya $40\% + 40 \cdot \frac{1}{10}\% = 44\%$-ra nőtt. **2p**

A lányok aránya a 60%-nak 95 %-ra, vagyis $60 \cdot 95\% = 57\%$-ra változott. **2p**

Így a korábbi létszám 44%+57%=101%-a a mostani létszám. **2p**

A növekedés 1%-os. **1p**

2. Feladat: Írd fel növekvő sorrendben az első nyolc pozitív prímszámot egymás mellé. A kapott számból húzz ki nyolc számjegyet úgy, hogy a lehető legnagyobb szám maradjon.
Mennyi a megmaradt számjegyek összege? **8p**

Megoldás:

Az első nyolc pozitív prímszám.: 2, 3, 5 ,7, 11, 13, 17, 19. **2p**

Ahhoz, hogy a lehető legnagyobb szám maradjon, a következő számjegyeket kell kihúzni:

Az elejéről 2, 3, 5 –t kell kihúzni, **1p**

Így a megmaradt számok közül sorrendben a 7 lesz a legnagyobb. **1p**

A további kihúzandó számjegyeket: 1, 1, 1, 3, 1. **2p**

A megmaradt szám a 7719. **1p**

Ebben a számban a jegyek összege 24. **1p**

3.Feladat: Egy baráti társaság minden tagja a találkozóikon a többieket egy kézfogással üdvözli. Egy alkalommal összesen 30 kézfogás után még mindenkinek 3-szor kellett kezet fognia. Hány fős a társaság? **9p**

Megoldás:

Legyen n fős a társaság. Az összes kézfogások száma $\frac{n \cdot (n-1)}{2}$ **2p**

Ha mindenkinek 3-szor kellet még kezet fogni, akkor az $\frac{3 \cdot n}{2}$ kézfogást jelent. **2p**

Így a következő egyenletet írhatjuk fel: $\frac{n \cdot (n-1)}{2} = 30 + \frac{3 \cdot n}{2}$ **2p**

$$n^2 - n = 60 + 3 \cdot n$$ **1p**

$$n^2-4\cdot n-60=0$$ **1p**

A megoldás csak természetes szám lehet.

Az egyenletet n=10 elégíti ki.

Tehát a társaság 10 fős. **1p**

Másik megoldás:

Az n-fős társaság esetén, ha még mindenkinek 3-szor kell kezet fognia ahhoz, hogy mindenki mindenkivel kezet fogjon, mindenki külön-külön n-4 szer fogott eddig kezet. Tehát a megtörtént kézfogások száma: 2p

$\frac{n(n-4)}{2}=30.$ 2p

A fenti egyenletből n(n-4)=60 adódik. 1p

A 60 osztói: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60. Ezek közül keresünk kettőt, amelyek szorzata 60, különbségük 4. Ennek a két feltételnek csak a 6 és a 10 felel meg. 3p

Tehát a társaság 10 fős. 1p

4. Feladat: Kristóf 1cm élű kiskockákból 3 cm élhosszúságú kockát ragasztott össze úgy, hogy 3 egymás fölötti kiskockát, tehát egy 1cm x 1cm x 3cm-es négyzetes oszlopot kihagyott a közepéből. A maradék „lyukas" kocka minden lapját pirosra festette.

Hány kiskockának lett 3 lapja piros, 2 lapja piros, 1 lapja piros? **8p**

Megoldás:

A csúcsoknál 3 lap piros, tehát 8 db. **1p**

8db olyan kiskocka van az él közepén, amelynek 3 oldala piros. **2p**

Tehát 8+8=16-nak 3 oldala piros. **1p**

4 lapközépnél elhelyezkedő kiskockának 2 oldala piros, és 4 élközépen elhelyezkedő kiskocka 2 oldala piros. **2p**

Tehát 8-nak 2 oldala festett. **1p**

1 oldalán festett kiskocka nincs. **1p**

5. Feladat: Az ANK Gimnáziumnak 1000-nél kevesebb tanulója volt az egyik tanévben. Kirándulni mentek és azt tapasztalták, ha hatosával, hetesével, nyolcasával vagy tízesével állnak sorba, az utolsó sorba minden esetben három tanuló áll. Hány tanuló járt ekkor a gimnáziumba? **9p**

Megoldás:

Jelöljük a létszámot x-szel. Ekkor $x=6\cdot k+3$, $x=7\cdot l+3$, **2p**

$x=8\cdot m+3$, illetve $x=10\cdot n+3$ **2p**

Tehát x-3 osztható 6, 7, 8, 10-zel. **2p**

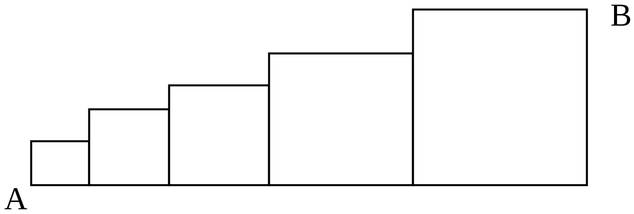
Ezért ezek legkisebb közös többszörösét nézzük meg.

$x-3=[6;7;8;10]=840$ **2p**

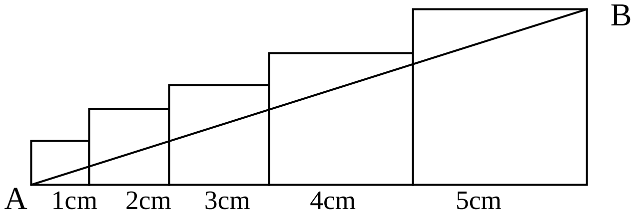
A keresett létszám tehát x=843 tanuló **1p**

6. Feladat: Az ábrán látható négyzetek oldalai sorban 1 cm, 2 cm, 3 cm, 4 cm, 5cm.

A középső négyzet területét milyen arányú részekre bontja az AB egyenes? **9p**



Megoldás:

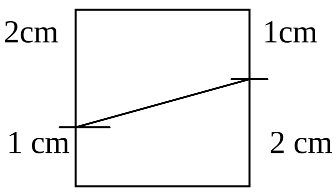


1p

Ha az A pontot összekötöm a B ponttal, akkor olyan egyenest kapok, amelynek meredeksége $\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$

Ez azt jelenti, hogy 3 cm-t haladva jobbra, 1 cm-t haladunk felfelé. **2p**

A középső négyzet oldala 3 cm, az előtte lévő két négyzet együtt szintén 3 cm-t ad. Tehát a középső négyzetet balról 1 cm magasságban metszi az egyenes, a másik oldalon 2 cm-nél metszi. **3p**



2p

Két egybevágó trapézt kapunk, amelyek területe külön-külön fele a négyzet területének. **1p**

A két terület egyenlő, arányuk 1. **1p**