# VIII. Apáczai Matematika Kupa

## TEHETSÉGKUTATÁS HATÁROK NÉLKÜL

7. évfolyam, 2012. december 7.

**1.Feladat:** A legismertebb antibiotikum a penicillin. A gyógyszerek hatása ugyan kis mértékben eltér az egyes embereknél, de általában egy adag penicillin úgy szívódik fel a vérben, hogy az injekció után egy órával a befecskendezett mennyiség 60%-a marad csak aktív. Ez a folyamat ugyanígy folytatódik, tehát minden óra elteltével már csak az előző órában aktív penicillin 60%-a marad aktív. Tegyük fel, hogy egy kórházi betegnek 300 milligramm penicillint adnak be reggel 8 órakor. 12 órakor hány milligramm penicillin marad aktív? **8p**

**Megoldás:**

Az első óra után 300 mg-nak a 60 %-a aktív, azaz $300\,mg \cdot \frac{60}{100} = 180\,mg$ **2p**

A második órában 180 mg 60 %-a marad aktív, azaz $180\,mg \cdot \frac{60}{100} = 108\,mg$ **2p**

A harmadik órában 108 mg 60%-a marad aktív, azaz $108\,mg \cdot \frac{60}{100} = 64{,}8\,mg$ **2p**

A negyedik órában, tehát 12 órakor 64,8 mg 60 %-a marad aktív, azaz

$64{,}8\,mg \cdot \frac{60}{100} = 38{,}88\,mg$ **2p**

**2. Feladat:** Péterfalván, Lajosfalván és Jánosfalván összesen 6000 lakos él. A falvak mindegyikében átlag 20 lakosra 1 kutya és 30 lakosra 1 macska esik. Péterfalván és Lajosfalván összesen 234 kutya, Lajosfalván és Jánosfalván összesen 92 macska él. Hány lakosa van ezeknek a falvaknak külön-külön? **8p**

**Megoldás:**

Ha minden 20 lakosra jut 1 kutya, akkor összesen 300 kutyának kell lennie.

Minden 30 lakosra kerül 1 macska, akkor összesen 200 macskának kell lennie. **1p**

Péterfalván és Lajosfalván összesen 234 kutya van, akkor Jánosfalván 300-234=66 kutya van. **2p**

Tehát Jánosfalvának $66 \cdot 20 = 1320$ lakosa van. **1p**

Lajosfalván és Jánosfalván 92 macska él, ezért Péterfalván 200-92=108 macska van. **2p**

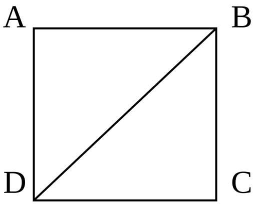
Tehát Péterfalvának $108 \cdot 30 = 3240$ lakosa van. **1p**

Lajosfalvának 6000-1320-3240=1440 lakosa van. **1p**

**3. Feladat:** Egy négyzetet két részre osztunk a két szemközti csúcsát összekötő egyenessel. Az így kapott egyik rész területe 18 $cm^2$. Hány cm a négyzet kerülete? Mekkora annak a téglalapnak a területe amelyikben az oldalak aránya 1:2, és kerülete megegyezik a négyzet kerületével?

**8p**

**Megoldás:**




A szemközti csúcsot összekötő egyenes a négyzet átlója. Az átló két egyenlő területű részre osztja a négyzetet. **1p**

Így a négyzet területe $t = 2 \cdot 18\, cm^2 = 36\, cm^2$ **1p**

Általánosan a négyzet területe $t = a^2 = 36\, cm^2 \Rightarrow a = 6\, cm$ **2p**

A négyzet kerülete $k = 4 \cdot 6\, cm = 24\, cm$ **1p**

A téglalap oldalai b, illetve 2b. Kerülete 6b=24 cm. **1p**

Tehát az egyik oldal b=4 cm, a másik oldala 2b=8 cm. **1p**

A téglalap területe 32 $cm^2$. **1p**

**4. Feladat:** Sanyinak 4-féle színű ceruzája van, összesen 12 db. Zöld ugyanannyi van, mint sárga, piros pedig kétszer annyi, mint kék. Hány piros színű ceruzája van Sanyinak? **8p**

**Megoldás:**

Sanyi zöld ceruzájának számát jelöljük z-vel. A sárgák száma is z. A kék ceruzák számát jelöljük k-val, akkor a piros ceruzák száma 2k.

ekkor 2z+3k=12. **2p**

A 12 osztható 3-mal és páros, ezért 2z osztható 3-mal, 3k páros. **2p**

z lehetséges értékei: 3 illetve 6, de akkor k értéke 0 lenne.

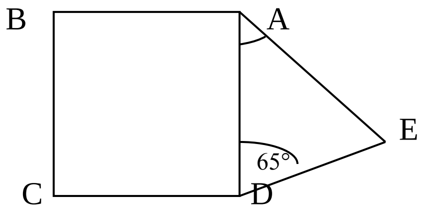
Ez ellentmond a feladat feltételeinek. **2p**

k értéke csak 2 lehet. **1p**

Tehát 3 zöld, 2 kék, 4 piros és 3 sárga ceruzája van Sanyinak. **1p**

(Az utolsó egy pont akkor is jár, ha csak a piros számára ad szöveges választ.)

**5. Feladat:** Az ábrán látható 5cm oldalhosszúságú ABCD négyzeten kívül úgy vettük fel az E pontot, hogy AE=5 cm és ADE szög = 65°. Hány fok a CAE szög nagysága?




**9p**

**Megoldás:**

A négyzet oldala 5 cm hosszú, ezért AD=5 cm. **1p**

Az E pontot úgy vettük fel, hogy AE=5 cm legyen, ezért a DEA háromszög egyenlő szárú. **1p**

A háromszög DE oldalán fekvő szögei egyenlők. **1p**

Ezért DAE szög 180°- 65°- 65°=50°. **2p**

A négyzet átlója az oldallal 45°-os szöget zár be. **1p**

Tehát CAD szög = 45°. **1p**

Így a keresett CAE szög = CAD szög +DAE szög= 45°+50°=95° **2p**

**6. Feladat:** Egy ötjegyű szám a következő tulajdonságokkal rendelkezik:

- a második számjegye az első számjegyének és az első számjegyének a szorzatával egyenlő ( azaz az első számjegy négyzetével);
- a negyedik számjegye egyenlő a második és a harmadik számjegyének a szorzatával;
- az ötödik számjegye egyenlő a második és a negyedik számjegyének a hányadosával.

Határozd meg az összes ilyen tulajdonságú számot! (Az 1. számjegy a tízezresek számát jelöli.)

**9p**

**Megoldás:**

Az első állítás szerint az első számjegy csak az 1, a 2, és a 3 lehet, mert $1^2=1$, $2^2=4$ és $3^2=9$ lehet csak számjegy. **1p**

Legyen az első számjegy az 1, akkor a második számjegy is 1. A harmadik számjegy

1-től 9-ig vehet fel értékeket. **1p**

Az utolsó állítás miatt viszont a második és a negyedik számjegy hányadosának egésznek kell lennie, ezért a harmadik számjegy is csak az 1 lehet. **1p**

A negyedik számjegy is az 1, de az ötödik számjegy is 1. **1p**

Legyen az első számjegy a 2, akkor a második számjegy a 4, a harmadik számjegy csak az 1 lehet, mert a negyedik számjegy nem lehet többszöröse a második számjegynek. **1p**

A negyedik számjegy a 4, az ötödik számjegy az 1. **1p**

Ha az első számjegy a 3, akkor a második számjegy a 9, a harmadik számjegy csak az 1 lehet. **1p**

Ekkor a negyedik számjegy a 9 és az ötödik számjegy az 1 . **1p**

Tehát a keresett számok a 11111, 24141 és 39191 **1p**