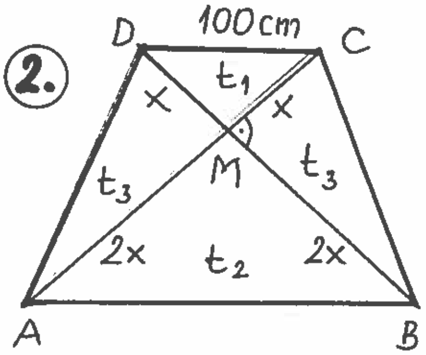
APÁCZAI MATEMATIKA KUPA 2007
8. évfolyam
MEGOLDÁSOK

1. A szám akkor a legkisebb, ha minél kevesebb számjegyből áll, vagyis 2p
ha a legtöbb 9-es jegyet tartalmazza. 2p
A 2007 osztható 9-cel
$2007 : 9 = 223$ 3p
A szám 223 db 9-es számjegyből áll. 1p

8pont

2.



Használjuk az ábra jelöléseit! Mivel az átlók merőlegesek egymásra, ezért négy derékszögű háromszög keletkezik, melyek közül kettő egybevágó, vagyis egyenlő területű. 1p

A trapéz területe $T_t = t_1 + t_2 + 2t_3$,

$$t_1 = \frac{x \cdot x}{2} = \frac{x^2}{2}$$ 1p

$$t_2 = \frac{2x \cdot 2x}{2} = 2x^2$$ 1p

$$2\,t_3 = 2 \cdot \frac{x \cdot 2x}{2} = 2x^2,$$ 1p

vagyis $T_t = \frac{9}{2}x^2$ 1p

A CDM derékszögű háromszögből:

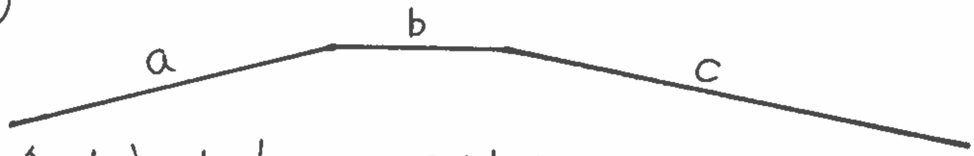
$$x^2 + x^2 = 100^2$$
$$2x^2 = 10000$$
$$x^2 = 5000$$ 2p

$$T_t = \frac{9}{2} \cdot 5000$$

$$T_t = 22\,500\ (cm^2)$$ 1p

8pont

3.



A távolság: $a+b+c$ 1p

Az oda idő: $\frac{a}{12}+\frac{b}{16}+\frac{c}{24}$ 2p

A vissza idő: $\frac{a}{24}+\frac{b}{16}+\frac{c}{12}$, 2p

vagyis: $\frac{a}{12}+\frac{b}{16}+\frac{c}{24}+\frac{a}{24}+\frac{b}{16}+\frac{c}{12}=3$,

ebből: $4a+3b+2c+2a+3b+4c=3\cdot 48$,

$$6(a+b+c)=3\cdot 48,$$

$$a+b+c=24,$$ 2p

vagyis Pécs és a falu távolsága: 24 km. 1p

8 pont

4. Legyen a vesztési sorrend: A; B; C és D

Táblázattal szemléltetve „visszafelé": 1p

	A	B	C	D	
4. játszma	16	16	16	16	
3. –″–	8	8	8	40	2p
2. –″–	4	4	36	20	2p
1. –″–	2	34	18	10	2p
A játék előtt	33	17	9	5	1p

A játékos: 33 Ft

B –″– : 17 Ft

C –″– : 9 Ft

D –″– : 5 Ft

8 pont

5. * Mivel számjegyek: $1 \leq x; y \leq 9$ és egészek 1p

1\. kő : $10x+y$ 1p

2\. kő : $10y+x$ 1p

3\. kő : $100x+y$ 1p

Mivel mindig egy óra telik el a két leolvasás között, a két út különbsége az átlagsebesség: $10y+x-10x-y = 100x+y-10y-x$, 1p 1p

ebből $y = 6x$

* A feltétel miatt $x = 1$ lehet csak, 1p

ekkor $y = 6$

A „leolvasások": 16; 61 és 106, 1p

vagyis az átlagsebessége: 45 km/h. 1p

9 pont

6. $a^2bc + ab^2c + abc^2 = 1463$,

ebből $abc \cdot (a+b+c) = 1463$ 2p

Az $1463 = 7 \cdot 11 \cdot 19$ 1p

A bal oldal négy pozitív egész szorzata, tehát a három ismeretlen közül az egyik csak 1 lehet. 2p

Legyen $c = 1$, ekkor $ab(a+b+1) = 1463$, 1p

vagyis $a = 7$ és $b = 11$,

vagy $a = 11$ és $b = 7$,

mert $7 + 11 + 1 = 19$ 1p

A megoldások:

a	1	1	7	7	11	11
b	7	11	1	11	1	7
c	11	7	11	1	7	1

2p

9 pont