7. osztály (2009)

1. Lukrécia és Szerénke versenyt futnak. Az 50 méteres távon Lukrécia győz, éppen 10 méterrel lehagyva Szerénkét. A második futamban ezért Lukrécia 10 méterrel a rajtvonal mögül indul. Ha ugyanolyan gyorsan futnak, mint előzőleg, ki nyeri meg ezt a versenyt, és hány méterrel előzi meg társát? **8p**

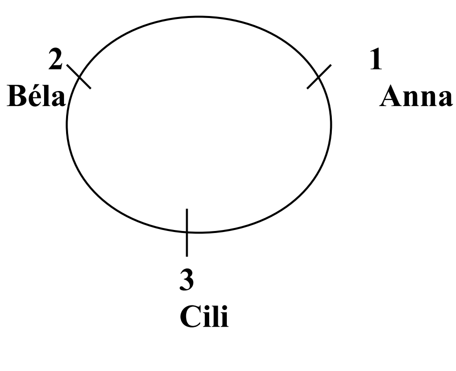
2. Egy sokszöget felbontottunk két egy csúcsból induló átlójával egy háromszögre, egy négyszögre és egy ötszögre. Hány oldala van az eredeti sokszögnek? **8p**

3. Egy konyhakert területének $\frac{1}{4}$ részénél 60 m^2-rel nagyobb területen paprika terem, az $\frac{1}{3}$ részénél 25 m^2–rel nagyobb területen pedig burgonya. Ha a konyhakert $\frac{5}{8}$ része a paprikával és burgonyával bevetett terület, hány m^2-en terem a paprika, illetve a burgonya? **8p**

4. Egy iskolai háziverseny faladatainak határideje októberben és novemberben is hétfőre esett. A novemberi forduló határidejének dátumában a nap sorszáma éppen 5-ször akkora volt, mint az októberi forduló határidejének dátumában a nap sorszáma. Hányadika lehetett a határidő a két hónapban? (október 31 napos, november 30 napos) **9p**

5. A kalózok szeretnének minél hamarabb a Kincses Sziget barlangjában elrejtett zsákmányhoz jutni. Egyesek a közelebb lévő Fehér öbölben szeretnének kikötni, míg mások a Fehér öböltől további egy órás hajóútra lévő Kék öbölre szavaznak. A kapitány rövid tanakodás után közli a legénységgel, hogy bármelyik kikötőt választják, ugyanakkor érnek célhoz. Hány órányira van a kincset rejtő barlang az öblöktől, ha gyalogosan az út a két öböl között- a barlang érintésével- öt órán át tart? **8p**

6. Egy kerek asztal körül 3 ember ül: Béla, Anna és Cili. Mindenki gondolt egy számra, majd megsúgta azt a két szomszédjának. Ezután valamennyien kimondták a hallott két szám összegének a felét. A kimondott számok láthatóak az ábrán. Melyik számra gondolt Cili, aki a 3-ast mondta?



9p

8. osztály (2009)

1. Egy számsorozat első három tagja 3, 1, 1, és a sorozatban a második tagtól kezdve bármelyik tag két szomszédját összeszorozva ugyanazt a számot kapjuk eredményül. Mennyi a számsorozat első 2001 tagjának összege? **8p**

2. Egy háromszög egyik oldala 7 cm, kerülete 22 cm-nél nagyobb, de 37 cm-nél kisebb. Mekkora lehet a további két oldal hossza, ha közülük az egyik a másik kétszerese? **8p**

3. Hazánkat a 36-os telefonszám és az Interneten a HU szócska jelzi. Hány olyan gépjárműrendszámunk lehet, amelyben megtalálható mind a 36, mind a HU? (A rendszámokban 3 betűt 3 egyjegyű szám követ, a betűk mindegyike 26- féle, a számok mindegyike 10 féle lehet. Közbeiktatott betűt vagy számjegyet a kérdezett rendszámok 36-os számnál, és HU szócskánál nem engedünk meg). **8p**

4. Egy rombusz kerülete 24 cm, területe 18 cm^2 Hány fokosak a szögei? **8p**

5. Hét darab egymást követő természetes szám közül külön-külön összeadtuk a párosakat, és a páratlanokat. A páratlanok összegéből kivontuk a párosak összegét, és így 2000-t kapunk. Melyik volt a középső szám? **9p**

6. Egy vízilabda mérkőzést a hazai csapat 4:3-ra nyert meg. Az első gólt a hazaiak dobták, és a mérkőzés során mindig ők vezettek. Hányféleképpen alakulhatott a gólok sorrendje? **9p**

Megoldások (2009):

7. osztály

1. Lukrécia és Szerénke versenyt futnak. Az 50 méteres távon Lukrécia győz, éppen 10 méterrel lehagyva Szerénkét. A második futamban ezért Lukrécia 10 méterrel a rajtvonal mögül indul. Ha ugyanolyan gyorsan futnak, mint előzőleg, ki nyeri meg ezt a versenyt, és hány méterrel előzi meg társát? 8p

Megoldás: Amíg Szerénke 40 métert haladt, addig Lukrécia 50 métert, ezért a második futamban a cél előtt 10 méterrel éri utol Lukrécia Szerénkét. 3p
Amíg Lukrécia 5 métert tesz meg, addig Szerénke csak 4-et, így amíg Lukrécia a hátralévő 10 métert megteszi, Szerénke csak 8 métert tud haladni. 3p
A versenyt tehát Lukrécia nyeri 2 méterrel maga mögött hagyva Szerénkét. 2p

2. Egy sokszöget felbontottunk két egy csúcsból induló átlójával egy háromszögre, egy négyszögre és egy ötszögre. Hány oldala van az eredeti sokszögnek? 8p

Megoldás: Egy háromszögnek, egy négyszögnek és egy ötszögnek összesen 3+4+5=12 oldala van. 3p
Ezek az eredeti sokszög oldalai és az eredeti sokszögnek az a két átlója, amit a felbontáshoz használtunk. 2p
Mivel ez a két átló két-két sokszögben szerepel oldalként, az eredeti sokszög oldalai pedig csak egyben, ezért 12-2-2=8 oldala van az eredeti sokszögnek. 3p

3. Egy konyhakert területének $\frac{1}{4}$ részénél 60 m^2-rel nagyobb területen paprika terem, az $\frac{1}{3}$ részénél 25 m^2–rel nagyobb területen pedig burgonya. Ha a konyhakert $\frac{5}{8}$ része a paprikával és burgonyával bevetett terület, hány m^2-en terem a paprika, illetve a burgonya? 8p

Megoldás: $\frac{1}{4}$ rész $+60m^2+\frac{1}{3}$ rész$+25m^2=\frac{5}{8}$ rész 2p

$\frac{7}{12}$ rész $+60m^2+25m^2=\frac{5}{8}$ rész

$\frac{1}{24}$ rész $=85m^2$ 3p

1 rész nagysága $85\cdot 24=2040\left(m^2\right)$ 1p

A paprikával bevetett terület: $\frac{2040}{4}+60=510+60=570\left(m^2\right)$ 1p

A burgonyával bevetett terület: $\frac{2040}{3}+25=705\left(m^2\right)$ 1p

4. Egy iskolai háziverseny faladatainak határideje októberben és novemberben is hétfőre esett. A novemberi forduló határidejének dátumában a nap sorszáma éppen 5-ször akkora volt, mint az októberi forduló határidejének dátumában a nap sorszáma. Hányadika lehetett a határidő a két hónapban? (október 31 napos, november 30 napos) 9p

Megoldás:

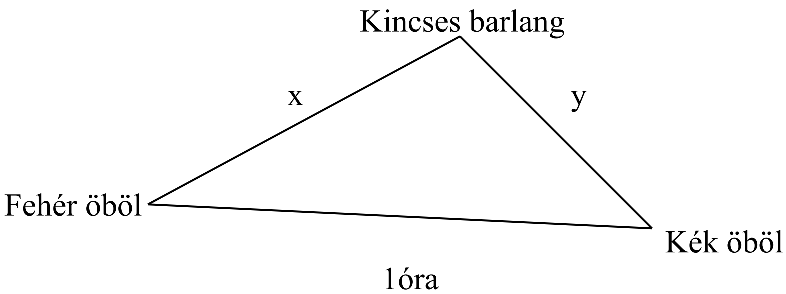
Mivel a novemberi forduló dátumában a nap sorszáma éppen 5-ször akkora volt, mint az októberi forduló határidejének dátumában, ezért az októberi forduló határidejében a nap sorszáma 1, 2, 3, 4, 5, vagy 6 lehet (30-nál nagyobb nem lehet). 3p

Mivel mindkét dátum hétfőre esett, ezért a két dátum között eltelt napok száma osztható 7-tel. 2p

okt. 1. - nov. 5. eltelt napok száma 35
okt. 2. – nov. 10. eltelt napok száma 39
okt. 3. – nov. 15. eltelt napok száma 43
okt. 4. – nov. 20. eltelt napok száma 47
okt. 5. – nov. 25. eltelt napok száma 51
okt. 6. – nov. 30. eltelt napok száma 55 3p
Tehát a megoldás október 1. és november 5. 1p

5. A kalózok szeretnének minél hamarabb a Kincses Sziget barlangjában elrejtett zsákmányhoz jutni. Egyesek a közelebb lévő Fehér öbölben szeretnének kikötni, míg mások a Fehér öböltől további egy órás hajóútra lévő Kék öbölre szavaznak. A kapitány rövid tanakodás után közli a legénységgel, hogy bármelyik kikötőt választják, ugyanakkor érnek célhoz. Hány órányira van a kincset rejtő barlang az öblöktől, ha gyalogosan az út a két öböl között- a barlang érintésével- öt órán át tart? 8p

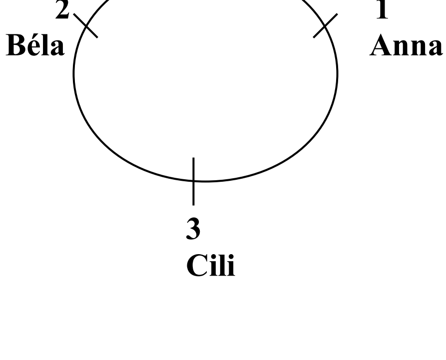
Megoldás:



3p

$x+y=5$ $1+y=x$ 3p
$x=3$ óra, $y=2$ óra 2p

6. Egy kerek asztal körül 3 ember ül Béla, Anna Cili. Mindenki gondolt egy számra, majd megsúgta azt a két szomszédjának. Ezután valamennyien kimondták a hallott két szám összegének a felét. A kimondott számok láthatóak az ábrán. Melyik számra gondolt Cili, aki a 3-ast mondta? 9p



Megoldás:

Jelöljük a 3 ember által gondolt számokat a, b, c betűkkel! Mivel minden ember az általa hallott számok összegének a felét mondja ki, ezért

$$\frac{b+c}{2}+\frac{c+a}{2}+\frac{a+b}{2}=1+2+3$$ 3p

$$\frac{2a+2b+2c}{2}=6$$

$$a+b+c=6$$ 2p

A feltételek szerint $\frac{a+b}{2}=3$ amiből a+b=6, így a+b+c=6+c=6, Tehát c=0 . 3p

A gondolt szám a 0. 1p

Megoldások: (2009)

8. osztály

1. Egy számsorozat első három tagja 3, 1, 1, és a sorozatban a második tagtól kezdve bármelyik tag két szomszédját összeszorozva ugyanazt a számot kapjuk eredményül. Mennyi a számsorozat első 2001 tagjának összege? **8p**

Megoldás:
A számsorozatban minden tag szomszédjainak szorzata 3, amit a második tag szomszédjainak szorzatából tudunk. Ez alapján a sorozat tagjai meghatározhatók: 3; 1; 1; 3; 3; 1; 1; 3; 3; …..
3p
A számsorozatban a 3; 1; 1; 3 számnégyes ismétlődik, ezért az első 2001 tag összegében ezek összege 500-szor szerepel. 3p
Mivel a számsorozat 2001. tagja 3, ezért az első 2001 tag összege
$500 \cdot (3+1+1+3)+3=4003.$ 2p

2. Egy háromszög egyik oldala 7 cm, kerülete 22 cm-nél nagyobb, de 37 cm-nél kisebb. Mekkora lehet a további két oldal hossza, ha közülük az egyik a másik kétszerese? **8p**

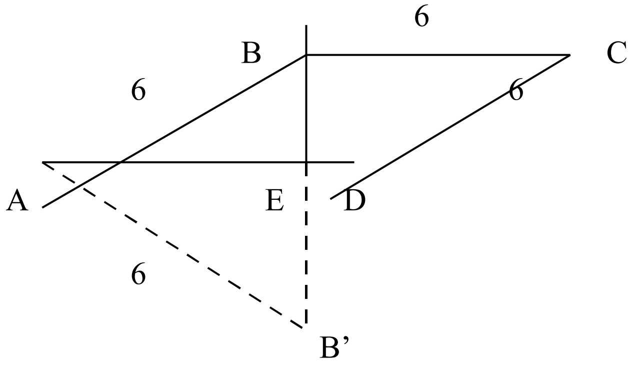
Megoldás: A háromszög oldalait jelöljük a, b, c- vel. Legyen c=7 cm, b= 2a. A megadott feltételek szerint $22<a+b+c<37$, azaz $22<a+2a+7<37$. 2p
Innen $15<3a<30$, tehát $5<a<10$ és $10<2a=b<20$. Megvizsgáljuk, hogy minden esetben létezik-e háromszög. 2p
A háromszög-egyenlőtlenséget felírva: $a+b>c \Rightarrow a+2a>7 \Rightarrow 3a>7$ mindig teljesül
$b+c>a \Rightarrow 2a+7>a \Rightarrow a+7>0$ mindig teljesül 1p
$c+a>b \Rightarrow 7+a>2a \Rightarrow 7>a$ nem mindig teljesül 1p
A háromszög-egyenlőtlenségből új feltételt kapunk. Tehát $5<a<7$ és $10<b<14$. 2p

3. Hazánkat a 36-os telefonszám és az Interneten a HU szócska jelzi. Hány olyan gépjárműrendszámunk lehet, amelyben megtalálható mind a 36, mind a HU? (A rendszámokban 3 betűt 3 egyjegyű szám követ, a betűk mindegyike 26- féle, a számok mindegyike 10 féle lehet. Közbeiktatott betűt vagy számjegyet a kérdezett rendszámok 36-os számnál és HU szócskánál nem engedünk meg). **8p**

Megoldás: A rendszámban a Hu szócska mellett még egy betű, a 36 –os szám mellett még egy szám található. Ez $26 \cdot 10 = 260$ lehetőség . 3p
Ám a HU és a 36 négyféleképpen helyezkedhet el: 2p
_HU-_36, _HU-36_, HU_-_36, HU_-36_ ezért $260 \cdot 4 = 1040$ rendszám lehetséges. 3p

4. Egy rombusz kerülete 24 cm, területe 18 cm^2 Hány fokosak a szögei? **8p**

Megoldás:



A rombusz egy oldala kerületének negyedrésze, tehát 6 cm, így magassága 3 cm. 2p

Az ábrán szereplő ABE derékszögű háromszöget tükrözzük az AE befogójára. Így az ABB’ szabályos háromszöget kapjuk, amelynek minden szöge 60°, ezért a rombusz A-nál levő szöge 30°. 3p

A másik szög ezt 180°-ra egészíti ki, tehát a rombusz szögei, a szemben levő szögek egyenlősége miatt: 30°, 150°, 30°, 150°. 3p

5. Hét darab egymást követő természetes szám közül külön-külön összeadtuk a párosakat és a páratlanokat. A páratlanok összegéből kivontuk a párosak összegét, és így 2000-t kapunk. Melyik volt a középső szám? **9p**

Megoldás: Lehetőségek: a) 4 páros szám és 3 páratlan szám 1p

b) 3 páros szám 4 páratlan szám 1p

A páros számok összege mindig páros, a páratlan számok összege csak akkor lesz páros, ha páros számú páratlan számot adunk össze. 1p

A különbség csak akkor lehet 2000, ha páros számú páratlan van a hét egymást követő természetes szám között, tehát 4 páratlan és 3 páros. Páratlan számmal kezdődik és páratlannal végződik a héttagú számsor. 2p

Középen páros szám áll. Jelöljük n-nel! A szákok a következők:

n-3,	n-2,	n-1,	n,	n+1,	n+2,	n+2
páratlan	páros	páratlan	páros	páratlan	páros	páratlan

2p

$$(n-3)+(n-1)+(n+1)+(n+3)- \{(n-2)+(n)+(n+2)\}=2000$$

$$4n -3n=2000$$

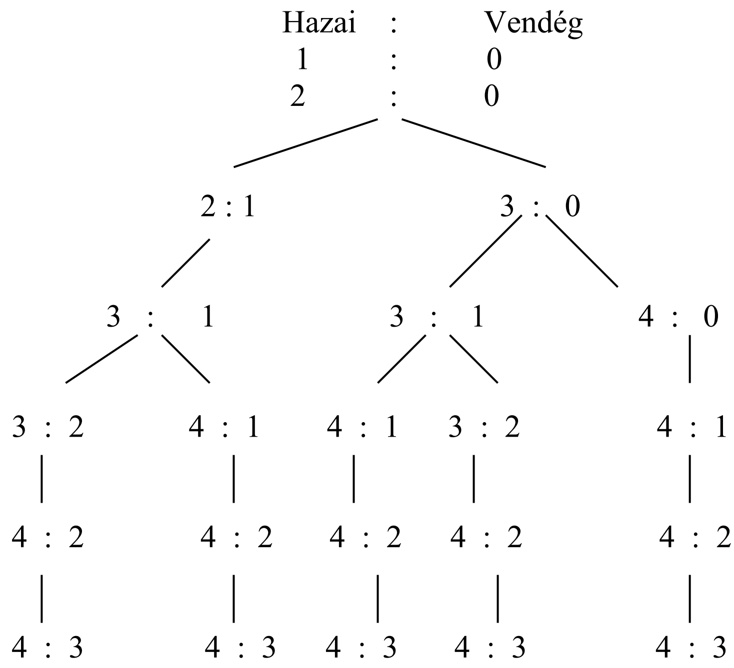
$$n=2000$$

Tehát a középső szám a 2000. 2p

6. Egy vízilabda mérkőzést a hazai csapat 4:3-ra nyert meg. Az első gólt a hazaiak dobták, és a mérkőzés során mindig ők vezettek. Hányféleképpen alakulhatott a gólok sorrendje?

9p

Megoldás:



1p
1p
2p
1p
1p
1p
1p

A gólok sorrendje 5 féleképpen alakulhatott. 1p