VI. Apáczai Matematika Kupa
TEHETSÉGKUTATÁS HATÁROK NÉLKÜL

2010. december 10
Pontozási útmutató
7. osztály

1. feladat:
A Holt-tenger vizének minden literjében 0,25 kg só van. Egy 150 m széles, 200 m hosszú és 25 cm mély párologtató medencét megtöltöttek tengervízzel. Hány darab 50 kg-os zsákot lehetne megtölteni a párologtató medencében visszamaradó sóból?

7p

Megoldás:
A medence térfogata:

$2000\text{dm} \cdot 1500\text{dm} \cdot 2{,}5\text{dm} = 7500000\text{dm}^3$ azaz 7 500 000 liter víz fér bele.

3p

A vízben lévő só mennyisége :

$7500000 \cdot 0{,}25\text{kg} = 1875000\text{kg}$ **2p**

$\frac{187500}{50} = 37500\text{db}$ zsákban fér el. **2p**

2. feladat:
Iván, Szilvi, Peti és Csilla egy 18 emeletes házban laknak. Állításaik alapján döntsd el, hogy ki hányadik emeleten!

Állításaik:

Iván: Csilla háromszor olyan magasan lakik, mint én.
Szilvi: Félúton lakom Csilla és Peti között.
Csilla: Ötször annyi lépcsőt kell másznom, mint Petinek.

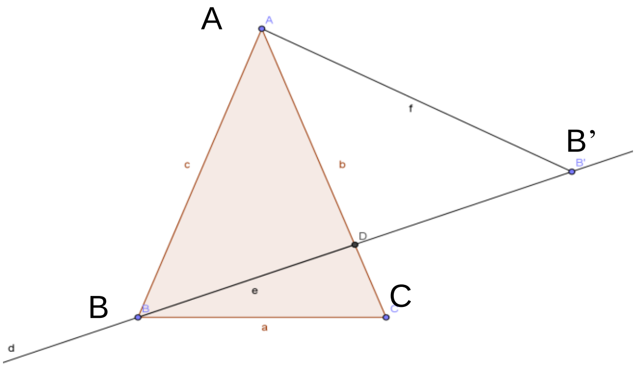
8p

Megoldás:

Iván x. emeleten lakik, akkor Csilla 3x. emeleten **1p**
Peti y. emeleten lakik, akkor Csilla 5y. **1p**
Tehát Csilla csak a 15. emeleten lakhat (Ez a szám osztható csak 5-tel és 3-mal) **3p**
Akkor Iván az 5. emeleten lakik, Peti a 3. emeleten. Szilvi a 9. emeleten. **3p**

3. feladat:
Egy egyenlő szárú háromszög szárai által meghatározott szög 30° . A szárhoz tartozó magasság 4 cm. Mekkora a háromszög területe? **8p**

Megoldás:



1p

Az AC egyenesre tükrözzük a B pontot, szabályos háromszöget kapunk (ABB' háromszög), melynek oldala 8 cm. **2p**

Tehát az AB oldal és az ABC oldal is 8 cm. **2p**

A háromszög területe

$$t=\frac{b\cdot m_b}{2}=\frac{8\,\text{cm}\cdot 4\,\text{cm}}{2}=16\,\text{cm}^2$$ **3p**

4. feladat:

Írjuk fel azokat a törtszámokat, amelyeknek nevezője 20-nál kisebb és amelyek a $\frac{23}{113}$ és a $\frac{28}{113}$ számok között helyezkednek el!

9p

Megoldás:

Legyen $\frac{23}{113}<\frac{a}{b}<\frac{28}{113}$.

Közös nevezőre hozzuk $\frac{23\cdot b}{113\cdot b}<\frac{113\cdot a}{113\cdot b}<\frac{28\cdot b}{113\cdot b}$. Tehát 23b<113a<28b, ahol a és b egész számok. **1p**

A b<20 feltételből következik, hogy $a\le 4$. Legyen rendre a=1; 2; 3; 4 **2p**

Ha a =1, akkor nincs olyan b, ami a feltételnek eleget tesz **1p**

Ha a=2, akkor b=9 jó megoldás, a tört $\frac{2}{9}$. **1p**

Ha a=3, akkor b=13; 14 a jó megoldás, a tört $\frac{3}{13}$; $\frac{3}{14}$ **1p**

Ha a=4, akkor b=19; 18; 17 jó megoldás, a törtek: $\frac{4}{19}$; $\frac{4}{18}$; $\frac{4}{17}$. **3p**

5. feladat:

A vonat tervezett indulási időpontja 8 óra. 12 órára kell a 240 km hosszú útjának végére érnie. Különböző okok miatt csak 24 perccel később indulhatott. A mozdony hibája miatt az út $\frac{1}{6}$-áig az előírt átlagsebességének csupán 75 %-át érte el, amikor új mozdonyt kapott. (A mozdonyok cseréjének az ideje elhanyagolható.) Hány %-kal kell eddigi sebességét növelnie, hogy késés nélkül érjen célba?

9p

Megoldás:

A vonat előírt átlagsebessége $\frac{240\text{ km}}{4\text{ h}} = 60\frac{\text{km}}{\text{h}}$, ennek 75 %-a $45\frac{\text{km}}{\text{h}}$. **2p**

Az út $\frac{1}{6}$ része 40 km, ezt $\frac{40}{45} = \frac{8}{9}$ óra alatt tettem meg. **2p**

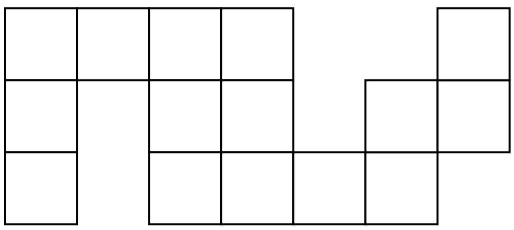
A hátralévő 200 km-t $4 - 0,4 - \frac{8}{9} = \frac{122}{45}$ óra alatt kell megtennie, **2p**

ami közelítőleg $73,77\frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességet jelent. **1p**

$\frac{73,77}{45} = 1,64$ azaz 64 %-kal kell növelnie a sebességét. **2p**

6. feladat:

Egy téglalapból kivágtuk területének $\frac{11}{16}$ részét és megmaradt az ábrán látható alakzat. Milyenek lehettek az eredeti téglalap méretei?



9p

Megoldás:

A $\frac{11}{16}$ rész eltávolításával megmaradt az $\frac{5}{16}$ rész, ami 15 négyzetből áll. **2p**

A télalap területe $15:\frac{5}{16}$=48 négyzet. **2p**

Bontsuk a 48-at kéttényezős szorzatokra: $48 = 1\cdot 48 = 2\cdot 24 = 3\cdot 16 = 4\cdot 12 = 6\cdot 8$
A téglalap méretei legalább 3 illetve 7 négyzet oldalhosszúságú. **2p**
Az eredeti téglalap méretei tehát lehetnek:

a	**b**
3	16
4	12
6	8

3p