Országos döntő – pontozási útmutató
2019. április 26.

1. **Feladat:** Egy kirándulócsoport fürdeni ment a folyóhoz. Kezdetben közülük 12 fő, majd később az ott maradottak fele átúszott a folyó túlsó partjára, és így a túlsó parton kétszer annyian lettek, mint az innensőn. Hányan mentek kirándulni? Hányan úsztak át a túlsó partra? **8p**

Megoldás:

Legyen x a kirándulók száma. 12-en úszni mentek, x-12 maradt a parton. **1p**

$\frac{x-12}{2}$ később átúszik, marad $\frac{x-12}{2}$ **1p**

A túlsó parton így $\frac{x-12}{2}+12$ tanuló van. **1p**

$\frac{x-12}{2}+12=2\cdot\left(\frac{x-12}{2}\right)$ **1p**

$\frac{x-12}{2}+12=x-12$ **1p**

$x-12+24=2\cdot x-24$

$x=36$ **1p**

Tehát 36 tanuló ment kirándulni. **1p**

A túlsó partra 24 tanuló úszott át. **1p**

2. **Feladat:** Az Apáczai Nevelési Központ egyik általános iskolájába 620 tanuló jár. Az iskola diákbizottsága az iskolanapra három kiadványt jelentetett meg: ***A*** **„**Diák”, ***B*** **„**Iskolánk”, ***C*** **„**Suli” címűt. Később felmérték, hogy ezeknek a kiadványoknak milyen volt az olvasottsága az iskola tanulóinak körében. A „Diákot” a tanulók 25%-a, az „Iskolánkat” 40%-a,

„ Suli” c. kiadványt pedig 45%-a olvasta. Az első két kiadványt (**A és B)** a tanulók 10%-a, az első és harmadik kiadványt (**A és C)** 20%-a, a másodikat és harmadikat **(B és C)** 25%-a, mindhármat pedig 5%-a olvasta.

a. Készítsen halmazábrát úgy, hogy a halmazábra az egyes kiadványokat elolvasott tanulók létszámát szemléltesse. Írja be a halmazábra mindegyik tartományába az oda tartozó tanulók számát!
b. Hányan olvasták mindhárom kiadványt?
c. Hányan olvasták csak a „Diák” című kiadványt?
d. Az iskola tanulóiból hányan nem olvastak egyetlen kiadványt sem?

10p

Megoldás:

***A.* „**Diákot” olvasók létszáma $620 \cdot 0,25 = 155$ tanuló

B. „Iskolát” olvasók létszáma $620 \cdot 0,4 = 248$ tanuló

C. „Sulit” olvasók létszáma $620 \cdot 0,45 = 279$ tanuló **1p**

Az ***A*** és a ***B*** újságot olvasók száma: $620 \cdot 0,1 = 62 \rightarrow A \cap B = 62$ tanuló

Az ***A*** és a ***C*** újságot olvasók száma: $620 \cdot 0,2 = 124 \rightarrow A \cap C = 124$ tanuló

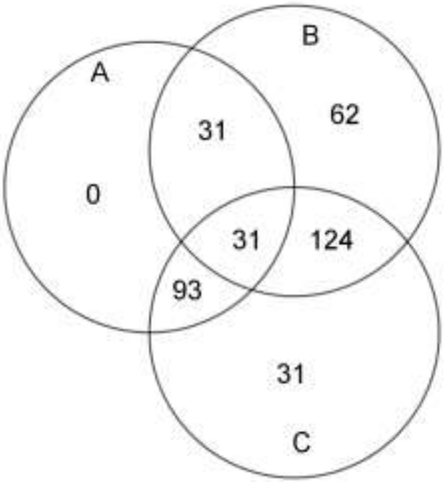
A ***B*** és a ***C*** újságot olvasók száma: $620 \cdot 0,25 = 155 \rightarrow B \cap C = 155$ tanuló **1p**

A három újságot olvasók száma: $620 \cdot 0,05 = 31 \rightarrow A \cap B \cap C = 31$ tanuló
Mindhárom újságot 31 tanuló olvasta. **1p**

Csak ***A és B*** újságot 62-31=31 tanuló olvas **1p**

Csak ***A és C*** újságot 124-31=93 tanuló olvas **1p**

Csak ***B és C*** újságot 155-31=124 tanuló olvas **1p**



2p

Csak az ***A*** újságot 0 tanuló olvasta. **1p**

Nem olvasott újságot 620-(31+62+31+124+93+31)=620-372=248 tanuló **1p**

3. **Feladat:** Egy 2 m oldalhosszúságú négyzet alakú asztalon egy kör alakú terítő fekszik. A terítő széle az asztallap egyik oldalától 10 cm-re van, egy másik oldalától 20 cm-re, egy harmadik oldaltól pedig 30 cm-re. (A terítő sehol nem lóg le az asztalról.) Hány centiméterre lehet a terítő széle az asztallap negyedik oldalától? Mekkora lehet a terítő átmérője? Adjuk meg az összes megoldást! **10p**

Megoldás:

A négyzet szemközti oldalai egyenlők. A keresett távolságot jelöljük x-szel. A kör középpontjának távolsága a négyzet oldalától. r+10, r+20, r+30, r+x **1p**

Szemközti oldalak távolsága a következő lehet (r a kör sugara) **1p**

$r+10+r+20=r+30+r+x \quad \rightarrow x=0\,cm$ **1p**

$r+10+r+20=200 \quad \rightarrow \quad r=85\,cm$ **1p**

$r+10+r+30=r+20+r+x \quad \rightarrow x=20\,cm$ **1p**

$r+10+r+30=200 \quad \rightarrow \quad r=80\,cm$ **1p**

$r+20+r+30=r+10+r+x \quad \rightarrow \quad x=40\,cm$ **1p**

$r+20+r+30=200 \quad \rightarrow \quad r=75\,cm$ **1p**

Tehát 3 lehetőség van.

A negyedik oldaltól lehet 0 cm, 20 cm illetve 40 cm távolságra. **1p**

A terítő átmérője 170 cm,160 cm és 150 cm lehet. **1p**

4. **Feladat:** Egymást követő pozitív egész számokat (legalább két darabot) adtunk össze, és végeredményként 45-öt kaptunk. Hány db számot adhattunk össze, és mely számokat? Adjuk meg az összes megoldást! **10p**

Megoldás:

A legegyszerűbb eset: 22+23 =45 két tagot adtunk össze. **1p**

A lehető legtöbb összeadandót akkor kapjuk, ha minél kisebb pozitív természetes számmal kezdjük az összeadást.
Pl.: 1+2+3+4+5+6+7+8+9=45 **1p**

Tehát a legtöbb tag 9. **1p**

8 db szám nem lehet, mert köztük 4 páros és 4 páratlan szám található, összegük nem páratlan. **1p**

7 db szám nem lehet: 3+4+5+6+7+8+9=42. Ha növeljük eggyel a természetes számokat, az összeg 7-tel nő, akkor többet kapunk, mint 45. **1p**

6 db szám megfelelő: 5+6+7+8+9+10=45 **1p**

5 db szám megfelelő: 7+8+9+10+11=45 **1p**

4 db szám nem megfelelő, mert 2 db páros, 2 db páratlan szám összege nem lehet páratlan. **1p**

3 db szám megfelelő: 14+15+16=45 **1p**

Tehát a feladatnak 5 megoldása van. **1p**

5. **Feladat:** Egy baráti társaság kapott egy előadásra két színházjegyet. Ki akarják sorsolni ezeket egymás közt úgy, hogy senki sem kaphat egynél több jegyet. Hány tagú a társaság, ha a sorsolásnak 55-féle különböző eredménye lehet? **11p**

Megoldás:

Legyen a társaság létszáma **n**.

Az egyik jegyet n féleképpen oszthatjuk ki a társaság tagjai között. **1p**

A második jegyet már csak n-1 féleképpen oszthatjuk ki, mert aki már kapott jegyet most nem kaphat. **2p**

Együttesen $n\cdot(n-1)$ lehetőség lenne, de a kiosztás szempontjából lényegtelen,

hogy melyik jegyet osztjuk ki először. **1p**

Ezért a lehetőségek száma $\frac{n\cdot(n-1)}{2}$. **1p**

Tehát $\frac{n\cdot(n-1)}{2}=55$ **1p**

$n\cdot(n-1)=110$ **1p**

A 110-et két egymást követő egész szám szorzatára kell bontani. **1p**

$n\cdot(n-1)=11\cdot 10$ **1p**

Az egyenlet megoldása csak n=11 lehet. **1p**

A társaság létszáma 11. **1p**

6. **Feladat:** Egy derékszögű trapéz hosszabbik szárán fekvő két szög közül a nagyobbik háromszorosa a kisebbiknek. A párhuzamos oldalak hossza 8 cm és 16 cm. Hány négyzetcentiméter a trapéz területe? **11p**

Megoldás:

A trapéz szárain lévő szögek összege 180°. Tehát $\gamma+\beta=180^o$ **1p**

Tudjuk, hogy $\gamma=3\cdot\beta$ **1p**

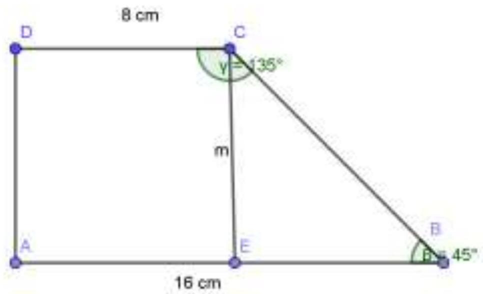
$3\cdot\beta+\beta=180^o$ **1p**

$4\cdot\beta=180^o$ **1p**

$\beta=45^o \rightarrow \gamma=135^o$ **2p**

A magasság a $\overline{CE}$ szakasz, a $CEB\triangle$ szögei 45°, 45°, 90° **1p**

A háromszög egyenlő szárú. **1p**



Az AECD négyszög téglalap, ezért $\overline{AE}=8\,cm$ **1p**

$\overline{EB}=8\,cm \rightarrow m=8\,cm$ **1p**

A trapéz területe: $t=\frac{(a+c)\cdot m}{2}=\frac{(16cm+8cm)\cdot 8cm}{2}=96cm^2$ **1p**