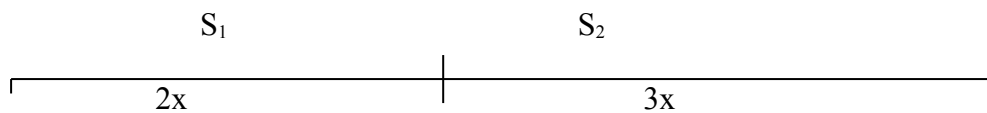


## 8. osztály versenyfeladatai és megoldások

1. Az egyik általános iskola 8. osztálya nagyobb kerékpártúrára indult. Egy idő múlva az osztály megtett útja úgy aránylik a hátralevő úthoz, mint 2:3. Ezután az osztály tagjai további 60 km-es utat tettek meg, s ekkor az összes megtett út úgy aránylik a hátralevő úthoz, mint 6:5. Mekkora utat tett meg az osztály a túrán, amíg a kiindulási pontjától elért a túra végpontjáig? 8p

Megoldás:



$$2x+60 \qquad \qquad \qquad 3x-60 \qquad \qquad \qquad 2p$$

$$\frac{2x+60}{3x-60} = \frac{6}{5} \qquad \qquad \qquad 2p$$

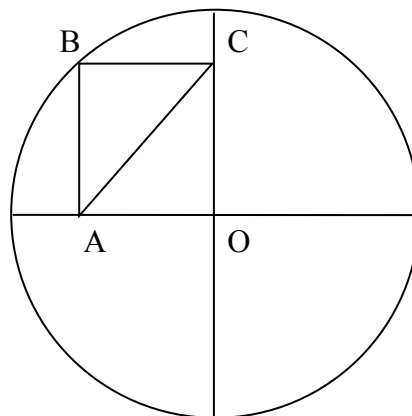
$$10x+300=18x-360$$

$$660=8x \qquad \qquad \qquad 2p$$

$$82,5=x \qquad \qquad \qquad 1p$$

Tehát a kerékpártúra  $82,5 \cdot 5 = 412,5$  (km) hosszú. 1p

2. A 2 cm sugarú, O középpontú körben AB, illetve BC párhuzamos a megrajzolt és egymásra merőleges sugarakkal. Ha  $OC=1,8$  cm, mekkora AC hossza, és mekkora az AO hossza?



8p

Megoldás:

Az  $AOCB$  négyszög téglalap a feltételek miatt. A téglalap átlói egyenlő hosszúak, ezért  $OB = AC$ . 1p

Az  $OB$  szakasz viszont a kör sugara, tehát hossza 2 cm. Az  $AC = 2$  cm. 2p

Az  $AO$  hosszát Pitagorasz-tétel segítségével határozzuk meg, hiszen a háromszög derékszögű.

$$(AO)^2 + 1,8^2 = (AC)^2 \quad 2p$$

$$(AO)^2 = 4 - 3,24$$

$$(AO)^2 = 0,76 \quad 2p$$

$$AO = \sqrt{0,76}(\text{cm}) = 0,8717(\text{cm}) \quad 1p$$

3. Határozd meg az  $\overline{abab}$  alakú, négyjegyű természetes számokat, amelyek oszthatók 15-tel!

8p

Megoldás:

Ha az  $\overline{abab}$  alakú szám osztható 15-tel, akkor természetesen 3-mal és 5-tel is osztható. Másrészt, ha  $\overline{abab}$  osztható 3-mal és 5-tel, akkor osztható 15-tel is, mert a 3 és az 5 relatív prímekek! 2p

Ha a szám osztható 5-tel, akkor  $b = 0$  vagy 5. Ennek alapján két esetet különböztetünk meg. **I.**  $b=0$ : Ekkor a szám  $a0a0$  alakú. Valamely egész szám pontosan akkor osztható hárommal, ha jegyeinek összege osztható hárommal. Így  $a0a0$  pontosan akkor osztható 3-mal, ha  $2a$ , tehát, ha  $a$  osztható 3-mal. Itt három megoldás adódik: 3030; 6060; 9090. 3p

**II.**  $b=5$ : Ekkor a szám  $a5a5$  alakú. Most  $a$  3-mal osztva 1 maradékot kell, hogy adjon. Tehát itt is 3 megoldás adódik: 1515; 4545; 7575. 2p

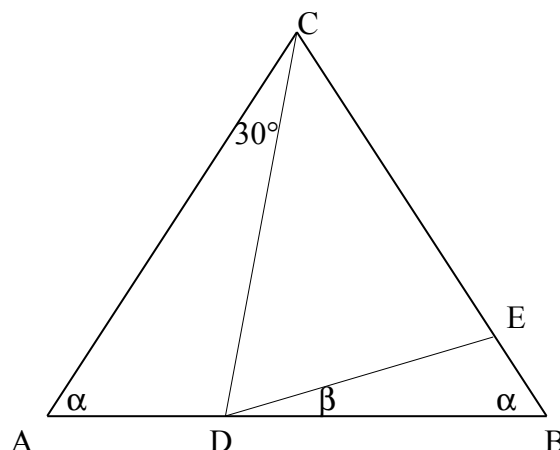
Összesen hat megoldás van. 1p

4. Az egyenlőszárú  $ABC$  háromszög  $AB$  alapján felvettünk egy  $D$  belső pontot úgy, hogy  $ACD$  szög  $30^\circ$ -os legyen. A  $CD$  sugarú  $C$  középpontú körvonal a  $BC$  szárat az  $E$  pontban metszi.

Mekkora a  $BDE$  szög?

8p

Megoldás:



Legyen a CAB szög =  $\alpha$  és EDB szög =  $\beta$ .

$$\text{DCE szög} = 180^\circ - (2\alpha + 30^\circ) = 150^\circ - 2\alpha. \quad 1\text{p}$$

Mivel  $DC = EC$ , ezért

$$\text{DEC szög} = \frac{180^\circ - (150^\circ - 2\alpha)}{2} = \frac{30^\circ + 2\alpha}{2} = 15^\circ + \alpha \quad 2\text{p}$$

$AC = BC$  miatt DBE szög =  $\alpha$  és a

DBE háromszögnek DEC szög külső szöge, 1p

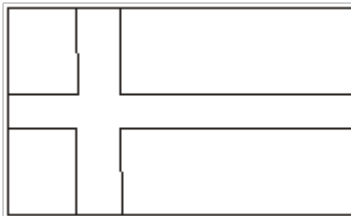
ezért

$$\alpha + \beta = 15^\circ + \alpha \quad 2\text{p}$$

azaz  $\beta = 15^\circ$

A keresett BDE szög =  $15^\circ$ -os. 2p

5. A finnek nemzeti zászlója: fehér téglalap alapon fekvő kék kereszt, melynek mindkét szára egyforma széles (lásd az ábrát!). A kék kereszt hosszabbik sávjának a területe  $8800 \text{ cm}^2$ , a rövidebbik sáv területe pedig  $5400 \text{ cm}^2$ . Mekkora a zászló területe, ha a kék kereszt  $12600 \text{ cm}^2$  területű?



9p

Megoldás:

Először kiszámolom annak a résznek a területét, ahol a két csík összeér.

Ha a két csík területét összeadom, akkor pontosan ezzel a területtel kapok többet a kék kereszt területénél. Tehát a közös rész területe:  $8800 + 5400 - 12600 = 1600 \text{ cm}^2$ . 3p

Ez a rész egy négyzet, amelynek oldala  $\sqrt{1600} \text{ cm}$ , azaz  $40 \text{ cm}$ . 2p.

A két sáv egy-egy oldala  $40 \text{ cm}$  hosszú, tehát a másik oldal  $8800 \text{ cm} : 40 = 220 \text{ cm}$ -es, illetve  $5400 \text{ cm} : 40 = 135 \text{ cm}$ -es. 2p

A zászló területe  $220 \cdot 135 \text{ cm}^2 = 29700 \text{ cm}^2$ . 2p

6. Egy sportversenyen 15 csapat vett részt, és minden csapat minden csapattal egyszer mérkőzött. A győzelemért 3, a döntetlenért 2, a vereségért 1 pontot kapott egy-egy csapat. A verseny végén minden csapatnak más-más pontszáma volt, az utolsó 21 pontot szerzett. Hány pontja volt a győztes csapatnak?

9p

Megoldás:

A verseny során a csapatok összesen  $\frac{15 \cdot 14}{2} = 105$  mérkőzést játszottak. 2p

Mivel minden mérkőzésen 4 pont talál gazdára, ezért a verseny végére összesen  $4 \cdot 105 = 420$  pontot osztottak ki. 2p

Az utolsó helyen végzett csapatnak 21 pontja volt, és minden csapatnak legalább eggyel több, mint a sorrendben utána állónak. A 15 csapatnak legalább  $21+22+23+\dots+33+34+35 = 420$  pontot osztottak ki. A győztes csapat 35 pontos. 5p