

## Apáczai Matematikaverseny 2009

### A döntő feladatai

1. Laci is és Sanyi is szeretné megvenni az újságosnál az egyik autós magazint. Egyik fiúnak sincs elegendő pénze. Laci pénzéből hiányzik a magazin árának a 12%-a, Sanyi pénzéből pedig az ár egyötöde. Ezért elhatározták, hogy közösen veszik meg a magazint. A vásárlás után összesen 714 Ft-juk maradt.

- Mennyibe került a magazin, és mennyi pénzüik volt a fiúknak külön-külön a vásárlás előtt?
- A maradék 714 Ft-ot igazságosan akarják elosztani, azaz úgy, hogy a vásárlás előtti és utáni pénzüik aránya azonos legyen. Hány forintja maradt Lacinak, illetve Sanyinak az osztozkodás után?

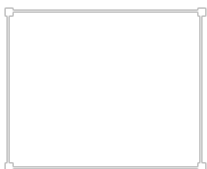
10p

2. Öt jó barát mindegyikének van mobiltelefonja. Észrevették, hogy mind az öt telefonszám olyan hétjegyű szám, amelynek első jegye 3-as és egyikük telefonszámában sincs két egyforma számjegy. Azt is megfigyelték, hogy amikor bármelyikük tárcsázza a másik számát, a lenyomott nyomógombok a sakkjátékban ismert lóugrással követik egymást. Adjuk meg az öt telefonszámot! Lehet-e ötnél több ilyen telefonszám?

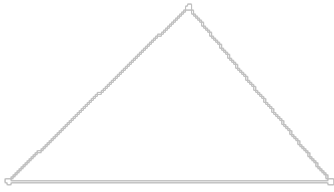
1	2	3
4	5	6
7	8	9
	0	

10p

3. Az Abay, a Bakonyi és a Ceglédi család is tenyészt kecskét. A három család másképp legelteti a kecskéket. Az állatok nyakában található övre egy-egy 10 méter hosszú kötelet kötnek, de a kötel másik végén található gyűrűt különbözőképpen rögzítik.



Abayék a réten egy  $40 \times 50$  méteres téglalap csúcsaiban kitűznek egy-egy póznát, a póznák között pedig - a téglalap oldalain - kifeszítenek egy-egy drótot. A gyűrűk a póznákhoz vannak rögzítve, illetve szabadon futhatnak a drótokon két pózna között. A kecskék a téglalapon kívül és belül is mozoghatnak.



Bakonyiék csak a zöldségeskerten kívül engedik legelni a kecskéket. A kert háromszög alakú, oldalai 90, 100, 130 méter hosszúak. A kerítés mentén végigfutó dróton szabadon mozoghatnak a gyűrűk.

Ceglédiék külön tartják a kecskebakot, melynek gyűrűje egy rögzített póznához van kötve. A többi kecskén még kötél sincs, azok bárhol legelhetnek egy  $40\text{m} \times 80\text{m}$ -es téglalap alakú zárt telken belül.

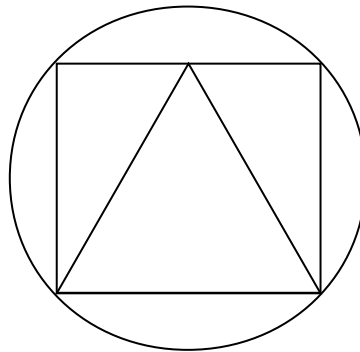
Melyik család legelteti a legnagyobb területen a kecskéket?

10p

4. Az  $a$  és  $b$  pozitív egészek relatív prímei. Az  $A=8a+3b$  és a  $B = 3a+2b$  számok legnagyobb közös osztója viszont nem 1. Mennyi  $A$  és  $B$  legnagyobb közös osztója?

10p

5. Egy szabályos háromszög köré egy téglalapot rajzolunk, majd a téglalap köré egy kört. Mekkora a kör területe, ha a háromszög oldala  $10\text{cm}$ ?



10p

6. Az ABCD téglalap D csúcsán átmenő és az AC átlóra merőleges egyenes az AB szakaszt az E pontban metszi. Az AE szakasz hossza  $\frac{9}{2}$  egység, a téglalap területe 48 területegység. Számítsuk ki a téglalap oldalainak hosszát!

10p