

VI. Apáczai Matematika Kupa

TEHETSÉGGUTATÁS HATÁROK NÉLKÜL

2010. december 10

Pontozási útmutató

8. osztály

1. feladat:

Az iskolában az egyik osztály bált rendezett, ezen összesen 42 fiú és lány vett részt. Az első lány 7 fiúval táncolt, a második 8-cal, a harmadik lány 9-cel és így tovább, végül az utolsó lány az összes fiúval táncolt. Hány fiú és hány lány vett részt a bálon?

8p

Megoldás:

Jelölje x a lányok számát, akkor $42-x$ fiú vett részt a bálon.

1p

Az egyes lányok tehát sorra 7, 8, 9, ..., $7+x-1$ fiúval táncoltak.

2p

A feltétel szerint $7+x-1=42-x$

2p

Ebből $x=18$

2p

A bálon tehát 18 lány és 24 fiú vett részt.

1p

2. feladat:

Adjuk meg azokat a kétjegyű természetes számokat, amelyek megegyeznek számjegyei összegének négyzetével?

8p

Megoldás:

A keresett kétjegyű szám egy egész szám négyzete.

1p

A szóba jöhető számok ezért a 16, 25, 36, 49, 64 és 81. Az alábbi táblázatba feltüntetve a számjegyek összegét és ezek négyzetét.

2p

Szám	Számjegyek összege	Számjegyek összegének négyzete
16	7	49
25	7	49
36	9	81
49	13	169
64	10	100
81	9	81

Tehát egyetlen megfelelő kétjegyű szám a 81.

4p

1p

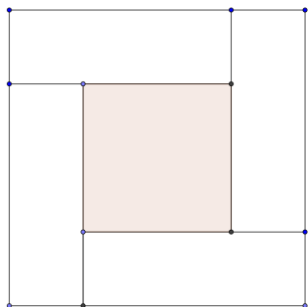
VI. Apáczai Matematika Kupa

TEHETSÉGGUTATÁS HATÁROK NÉLKÜL

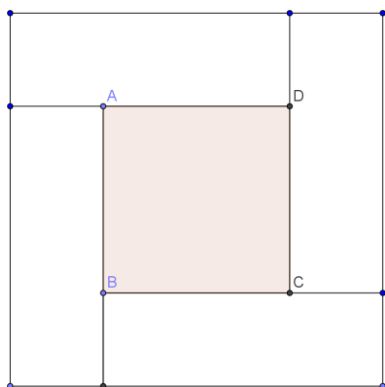
3. feladat:

A rajzon látható egybevágó téglalapok mindegyikének kerülete 16 cm, a szürke négyzet területe 16 cm^2 . Mekkora a rajzon látható egybevágó téglalapok területe külön-külön?

8p



Megoldás:



Az ABCD négyzet területe 16 cm^2 , ezért az oldala 4 cm hosszúságú.

2p

A téglalap oldalai így $x+4$, illetve x . (x -szel jelöljük a téglalap rövidebbik oldalát)

1p

Kerülete $k=2 \cdot (x+4+x)=16$

2p

Ebből $x=2$ adódik.

1p

A téglalap oldalai tehát 6 cm és 2 cm. Területe $t=12 \text{ cm}^2$

2p

4. feladat:

Egy benzinkút 1800 liter űrtartalmú tankját egyszerre két tartálykocsiból töltik fel. Az első tartálykocsiból percnként 20 literrel kevesebb benzint lehet áttölteni, mint a másikkól.

15 perc alatt a benzinkút tankja 75%-ig telik meg. Hány liter benzin folyik át a benzinkútba az első, illetve a második tartálykocsiból percnként?

8p

Megoldás:

1800 liter benzin 75 %-a 1350 liter.

1p

1. tartálykocsi percnként x litert tölt a benzinkútba,

1p

2. tartálykocsi percnként $x+20$ litert tölt.

1p

$$1350 = 15x + (x+20) \cdot 15$$

1p

VI. Apáczai Matematika Kupa

TEHETSÉGGUTATÁS HATÁROK NÉLKÜL

$$1350 = 30x + 300$$

$$1050 = 30x$$

$$35 = x$$

1p

1p

1p

Tehát az első tartálykocsiból percenként 35 liter, a másodikból percenként 55 liter benzint folyik a benzinkútba.

1p

5. feladat:

A húrtrapéz átlója felezi a trapéz tompaszögét. A trapéz kisebbik alapja 3 cm, a kerülete 42 cm. Határozd meg a trapéz területét!

9p

Megoldás:

Az \overline{AC} felezi a $\angle BCD$ -et, ezért $\angle BCA = \angle ACD$.

A $\angle CAB = \angle ACD$, mert váltószögek.

1p

Így $\angle BCA = \angle CAB$, azaz az $\triangle ABC$ háromszög egyenlő szárú. A húrtrapéz szimmetriáját is figyelembe véve $\overline{BC} = \overline{AD} = \overline{AB}$.

1p

Így a kerület $K_{ABCD} = 3 \cdot \overline{AB} + \overline{DC} = 3 \cdot \overline{AB} + 3 \text{ cm} = 42 \text{ cm}$.

1p

$$\text{Ebből } \overline{AB} = \frac{42 \text{ cm} - 3 \text{ cm}}{3} = 13 \text{ cm}.$$

1p

Az egyenlő szárú trapéz \overline{CT} magasságát berajzolva

$$\overline{BT} = \overline{AB} - \overline{DC} : 2 = 13 \text{ cm} - 3 \text{ cm} : 2 = 5 \text{ cm}.$$

1p

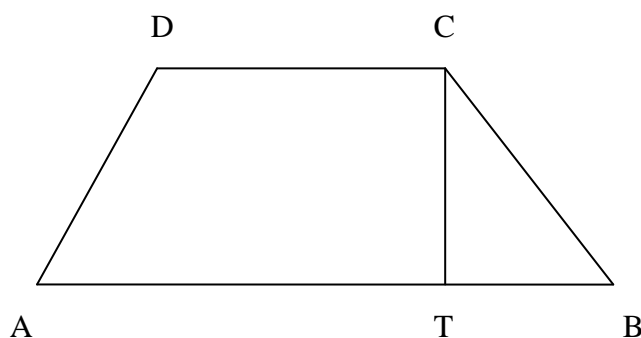
BCT derékszögű háromszögre alkalmazva Pitagorasz tételét:

$$\overline{CT} = \sqrt{\overline{BC}^2 - \overline{TB}^2} = \sqrt{13 \text{ cm}^2 - 5 \text{ cm}^2} = 12 \text{ cm}.$$

2p

$$\text{Tehát a trapéz területe } T_{ABCD} = \frac{\overline{AB} + \overline{DC}}{2} \cdot \overline{CT} = \frac{13 \text{ cm} + 3 \text{ cm}}{2} \cdot 12 \text{ cm} = 96 \text{ cm}^2$$

2p



VI. Apáczai Matematika Kupa

TEHETSÉGGUTATÁS HATÁROK NÉLKÜL

6. feladat:

Az **A** és **B** városok távolsága 130 km. Három embernek kell **A**-ból **B**-be eljutni úgy, hogy rendelkezésükre áll egy kétszemélyes robogó, amelynek sebessége $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, és tudjuk, hogy bármelyik gyalogos sebessége $5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Hogyan szervezzék meg az utat, hogy 6,2 óra alatt mindhárman **B**-be érjenek? **9p**

Megoldás:

Az egyikük a robogón elviszi az egyik társát egy **C** közbülső állomásig, ahonnan begyalogol **B**-be. A robogós visszafordul a másik társáért, akivel egy **D** pontban találkozik, és onnan ketten mennek a robogóval **B**-be. Az **AC** távolság legyen x , a **CD** távolság y . **1p**

A robogóval közlekedő így összesen $130+2y$ utat tesz meg a 6,2 óra alatt. **2p**

Azaz $130+2y = 6,2 \cdot 50 = 310$. Ebből $y=90$, tehát 90 km-t ment vissza a másik társáért, és ehhez 1,8 órára volt szüksége. **2p**

A robogós t idő alatt érjen **C** pontba, így $x=50t$ egyenletet írhatjuk fel. Akiért visszafordult a találkozásig $t+1,8$ órát gyalogolt és eközben $x-90$ km utat tett meg. **2p**

Tehát az ő esetében az $x-90 = 5(t+1,8)$ egyenletet írhatjuk fel. A két egyenletből $t=2,2$ és $x=110$ értéket kapjuk. **2p**